

CƠ HỌC

Cơ học nghiên cứu dạng vận động cơ (chuyển động) tức là sự chuyển dời vị trí của các vật vĩ mô. Cơ học gồm những phần sau:

1. Động học nghiên cứu những đặc trưng của chuyển động và những dạng chuyển động khác nhau.
2. Động lực học nghiên cứu mối liên hệ của chuyển động với sự tương tác giữa các vật. Tĩnh học là phần của động học nghiên cứu các trạng thái cân bằng của các vật.

Nội dung chủ yếu trong phần cơ học của giáo trình Vật lí 1 này là những cơ sở của cơ học cổ điển Newton; các định luật cơ bản của động lực học; các định luật Newton và nguyên lí tương đối Galile; các định luật bảo toàn của cơ học; và các dạng chuyển động của vật rắn.

CHƯƠNG 1.

ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

1.1 ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

Động học là phần cơ học nghiên cứu về hình thái chuyển động của các vật mà không xét đến các lực – nguyên nhân làm thay đổi trạng thái chuyển động.

1.1.1 Một số khái niệm mở đầu

1.1.1.1 Không gian và thời gian:

Theo cơ học cổ điển, không gian trong đó các vật chuyển động được xem là một chân không ba chiều (hình học Euclide). Không gian ấy đẳng hướng, (chuyển động của vật là đồng nhất khi thay đổi phương). Thời gian được xem mặc nhiên là không phụ thuộc vào chuyển động. Thời gian trôi đều nhau từ quá khứ đến tương lai và độc lập với vật được qui chiếu đứng yên. Nói cách khác, thời gian và không gian có tính chất tuyệt đối. Lưu ý rằng những vật chuyển động nhanh cỡ vận tốc ánh sáng được nghiên cứu trong cơ học tương đối thì khái niệm thời gian và không gian không còn độc lập với vận tốc chuyển động.

1.1.1.2 Chuyển động cơ học

Sự thay đổi vị trí của vật này so với vật khác. Đối với vật này thì vật mà ta khảo sát đứng yên, nhưng đối với vật kia thì nó chuyển động. Như vậy, chuyển động có tính chất tương đối và phụ thuộc vào vật mà ta qui ước đứng yên. Thực ra trong vũ trụ không có vật nào đứng yên một cách tuyệt đối, mọi vật đều chuyển động không ngừng. Vì vậy, khi nói rằng một vật chuyển động thì ta phải nói rõ vật đó là chuyển động đối với vật nào mà ta qui ước là đứng yên.

1.1.1.3 Chất điểm và hệ chất điểm

Vật có kích thước nhỏ so với quãng đường mà nó chuyển động. Khái niệm chất điểm có tính tương đối, ví dụ khi nghiên cứu chuyển động của Trái đất quanh Mặt trời ta có thể xem Trái đất là chất điểm, nhưng khi nghiên cứu chuyển động tự quay quanh trục của nó thì ta không thể xem Trái đất là chất điểm được.

Hệ chất điểm là một tập hợp các chất điểm. Vật rắn là một hệ chất điểm trong đó khoảng cách tương hỗ giữa các chất điểm không thay đổi.

1.1.1.4 Hệ quy chiếu

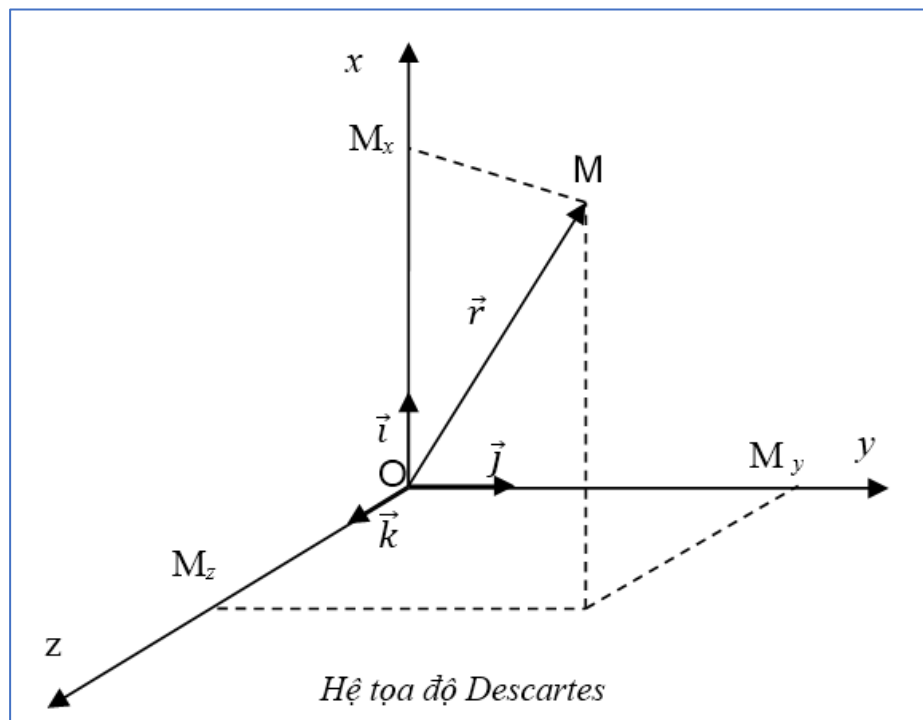
Vật được chọn làm mốc và xem là đứng yên để xét chuyển động của các vật khác trong không gian. Vì chuyển động là sự thay đổi khoảng cách theo thời gian từ vật được quan sát đến hệ qui chiếu được chọn, cho nên khi mô tả chuyển động một vật, bắt buộc phải xác định rõ hệ qui chiếu đang xét. Với các hệ qui chiếu khác nhau, chuyển động sẽ có dạng khác nhau. Việc chọn hệ qui chiếu là tùy ý nhưng nên chọn sao cho việc khảo sát là thích hợp và tiện lợi.

Để mô tả các chuyển động trên Trái đất, ta thường chọn hệ qui chiếu là các vật gắn liền với Trái đất. Khi nghiên cứu chuyển động của các hành tinh, người ta sử dụng hệ qui chiếu Copernic được gọi là hệ qui chiếu đứng yên tuyệt đối (gốc là tâm Mặt trời, ba trục nối với ba ngôi sao cố định), nhờ có hệ qui chiếu này, Kepler mới tìm ra các qui luật đúng đắn để mô tả chuyển động của các hành tinh trong hệ Mặt trời.

1.1.1.5 Hệ tọa độ

Là hệ thống các đường thẳng có định các vectơ đơn vị và các góc định hướng dùng để xác định vị trí và chuyển động của các vật. Các hệ tọa độ thường gặp là hệ tọa độ vuông góc Descartes, hệ tọa độ cầu, hệ tọa độ trụ, hệ tọa độ cực, hệ tọa độ vectơ, hệ tọa độ cong, ... Tùy theo đặc điểm của chuyển động mà người ta chọn hệ tọa độ này, hệ tọa độ khác sao cho thích hợp và tiện lợi. Sau đây là vài tọa độ thông dụng đối với cơ học:

a) Hệ tọa độ Descartes



Hệ gồm ba trục Ox, Oy, Oz vuông góc cùng nhau từng đôi một, chúng tạo thành một tam diện thuận. Điểm O gọi là gốc tọa độ. Vị trí của một điểm M bất kỳ được xác định hoàn toàn bởi vectơ định vị $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$, hay bởi tập hợp của ba số (x, y, z) trong đó x, y, z là hình chiếu của điểm mút M của vectơ \vec{r} lên các trục tương ứng Ox, Oy, Oz được gọi là ba tọa độ của điểm M trong hệ tọa độ Descartes.

Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị hướng theo các trục Ox, Oy, Oz thì ta có thể viết:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad [1.1-1]$$

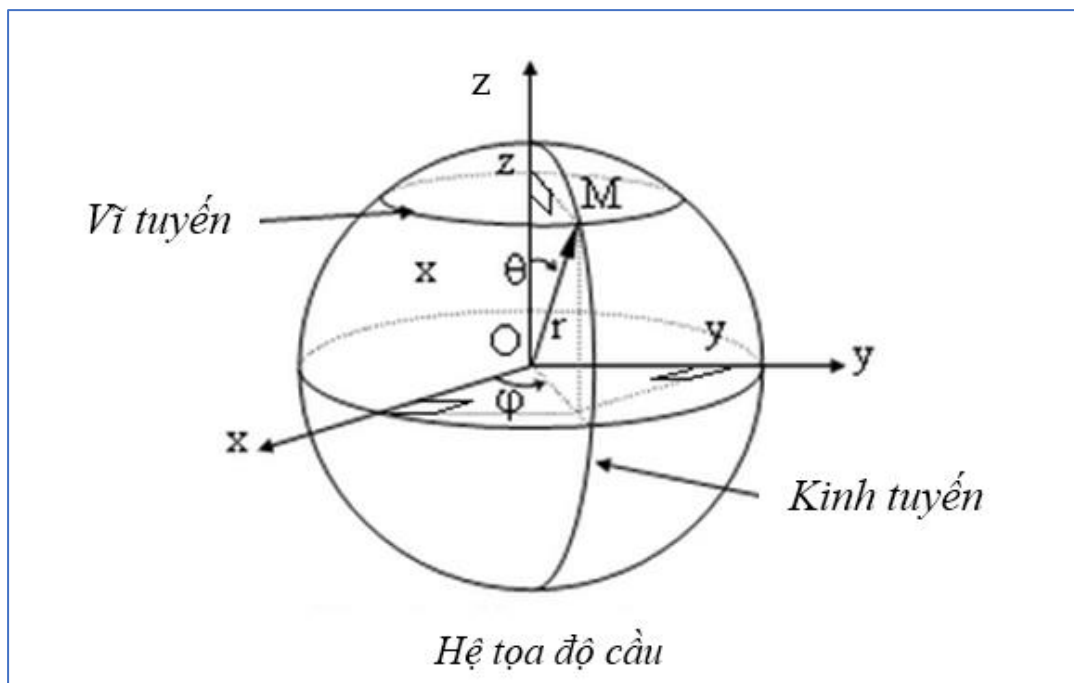
► $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$: bán kính vectơ hoặc là vectơ vị trí của chất điểm M.

b) Hệ tọa độ cầu

Ở hệ tọa độ cầu, vị trí một điểm M bất kỳ được xác định bởi ba tọa độ r , θ , φ . Trong đó r là độ dài bán kính vectơ \vec{r} , θ là góc định hướng từ trục Oz đến \vec{r} và φ là góc định hướng từ trục Ox đến tia hình chiếu của \vec{r} trong mặt phẳng xOy với quy ước góc quay luôn theo chiều kim đồng hồ. Như vậy, ta có: $0 \leq r, 0 \leq \theta \leq 180^\circ, 0 \leq \varphi \leq 360^\circ$.

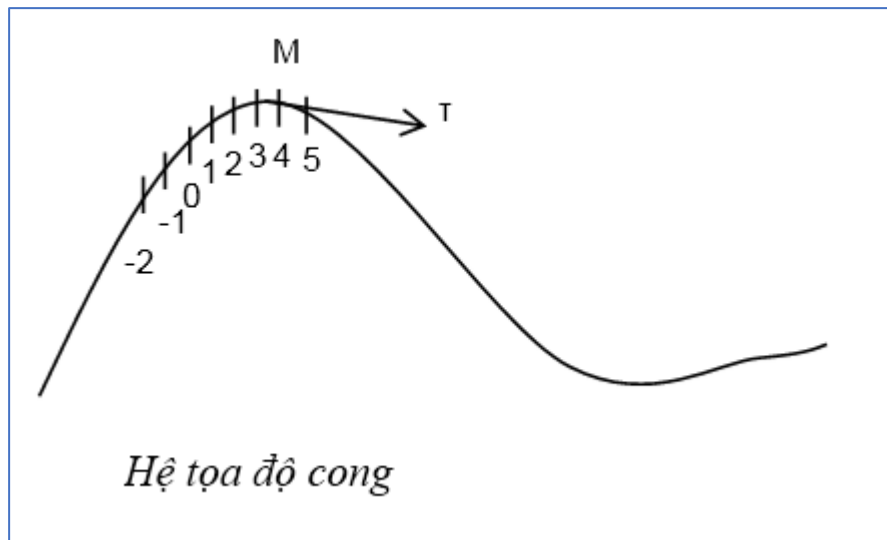
Biết ba tọa độ cầu của điểm M bất kỳ, ta có thể tính được các tọa độ Descartes của điểm M đó theo công thức sau:

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \phi = \arctan \frac{y}{x} \end{cases} \quad [1.1-2]$$



Hệ tọa độ cầu thuận tiện khi nghiên cứu chuyển động của những vật mà quỹ đạo của vật đó có tính đối xứng cầu.

c) Hệ tọa độ cong



Hệ tọa độ này dùng cho chuyển động một chiều như chuyển động xảy ra dọc theo đường cong (C) tùy ý và quỹ đạo đã được xác định trước trong không gian. Vậy ở hệ này, chỉ cần một tọa độ là độ dài đại số tính từ gốc tọa độ (thường được chọn tại điểm xuất phát chuyển động) đến vị trí của chất điểm M ở mỗi thời điểm.

Ta thấy vectơ đơn vị \vec{l} bằng vectơ đơn vị \vec{t} , tiếp tuyến với quỹ đạo và hướng theo chiều dương do ta chọn với điểm đặt là tại M. Trục tọa độ cong s cũng có phần dương và âm như trục x. Nếu chuyển động không đổi chiều thì s mới là quãng đường đã đi.

1.1.1.6 Phương trình chuyển động và phương trình quỹ đạo

a) Phương trình chuyển động của chất điểm

Phương trình xác định vị trí của chất điểm tại những thời điểm khác nhau. Nói cách khác, chúng ta cần biết sự phụ thuộc theo thời gian của bán kính vectơ \vec{r} của chất điểm:

$$\vec{r} = \overrightarrow{r(t)} \quad [1.1-3]$$

Vậy; phương trình chuyển động của chất điểm là một hệ gồm ba phương trình:

$$\text{Trong hệ } \textit{Descartes} \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad \text{và trong hệ tọa độ cầu:} \begin{cases} r = r(t) \\ \theta = \theta(t) \\ \varphi = \varphi(t) \end{cases}$$

Ví dụ: Phương trình chuyển động thẳng đều: $x = vt$

$$\text{Phương trình chuyển động tròn: } \begin{cases} x = R \cos \omega t \\ y = R \sin \omega t \end{cases}$$

b) Phương trình quỹ đạo của chất điểm

Phương trình mô tả dạng hình học của quỹ đạo chuyển động của chất điểm ở các thời điểm khác nhau. Về nguyên tắc, phương trình quỹ đạo chuyển động của chất điểm là không phụ thuộc vào tham số thời gian, vì thế bằng cách *khử tham số t*, chúng ta có thể tìm được mối liên hệ giữa các tọa độ, tức là tìm được phương trình quỹ đạo. Vì vậy, đôi khi người ta còn gọi phương trình chuyển động là *phương trình quỹ đạo cho ở dạng tham số*.

Quay lại ví dụ về chuyển động tròn của chất điểm với phương trình:

$$\begin{cases} x = R \cos \omega t \\ y = R \sin \omega t \end{cases}$$

Khử t giữa các phương trình chuyển động ta được:

$$x^2 + y^2 = R^2$$

Ta kết luận quỹ đạo của chất điểm là một đường tròn bán kính R và tâm nằm ở gốc tọa độ. Đường tròn này nằm trong mặt phẳng xOy.

1.1.2 Vận tốc và vectơ vận tốc

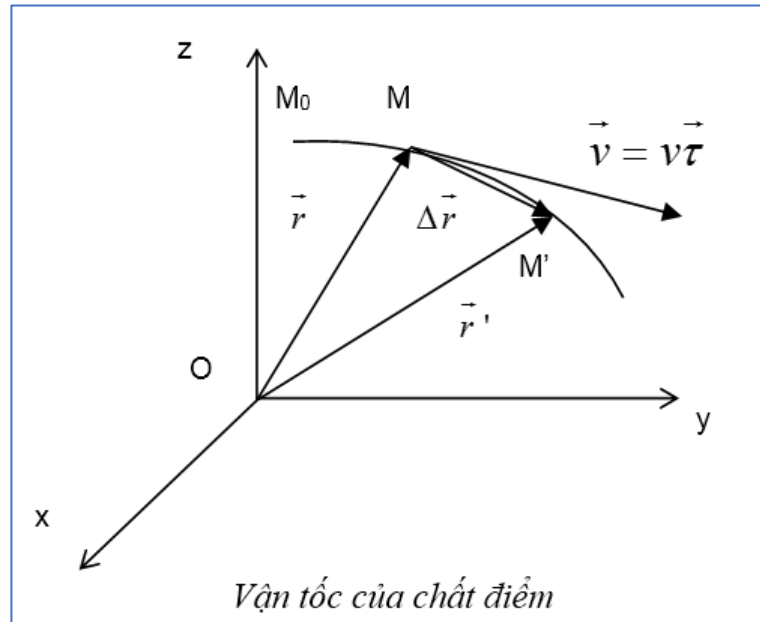
Vận tốc là một đại lượng đặc trưng cho phương, chiều và sự nhanh chậm của chuyển động.

1.1.2.1 Định nghĩa vận tốc

Xét một chất điểm chuyển động theo quỹ đạo cong trong hệ qui chiếu O gắn lên hệ tọa độ Descartes ba chiều.

Chọn gốc tọa độ cong là M_0 , giả sử ở thời điểm t, chất điểm ở vị trí M, tọa độ cong của nó là s (cung M_0M) và vectơ vị trí của chất điểm ở thời điểm t là \vec{r} , sau đó ở thời điểm $t' = t + \Delta t$ chất điểm ở vị trí M' và vectơ vị trí của nó là:

$$\vec{r}' = \vec{r} + \Delta\vec{r} \quad [1.1-4]$$



$\Delta\vec{r} = \overrightarrow{\Delta MM'}$ được gọi là độ dịch chuyển vectơ của chất điểm trong thời gian Δt .
 Quãng đường chất điểm đi được trong quãng thời gian Δt là Δs (cung MM').

1.1.2.2 Giá trị của vận tốc

Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian Δt là:

$$v_{tb} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad [1.1-5]$$

Vận tốc tức thời của chất điểm ở thời điểm t , là vận tốc trung bình khi khoảng thời gian Δt là rất bé ($\Delta t \rightarrow 0$) hay $t' \rightarrow t$, ta có:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = v$$

Ngoài ra:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Vậy
$$v_{tb} = \frac{ds}{dt} \quad [1.1-6]$$

Ta có: v_{tb} là đại lượng đại số, $v > 0$ khi chất điểm chuyển động theo chiều dương của s và $v < 0$ khi chất điểm chuyển động ngược lại. Tuy nhiên người ta thường ký hiệu $|\vec{v}| = v$ vì chúng không khác nhau về trị số.

1.1.2.3 Vectơ vận tốc

Ta thấy, độ dịch chuyển vectơ của chất điểm trong khoảng thời gian Δt là: $\Delta\vec{r} = \overrightarrow{\Delta MM'}$.

Véc tơ vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian Δt :

$$\vec{v}_{tb} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad [1.1-7]$$

tại thời điểm cụ thể t nào đó ($\Delta t \rightarrow 0$, $t' \rightarrow t$), ta có:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

mà $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

suy ra:
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad [1.1-8]$$

được gọi là véc tơ vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t .

1.1.2.4 Véc tơ vận tốc trong hệ tọa độ Descartes

Véc tơ vị trí của chất điểm ở thời điểm t là:

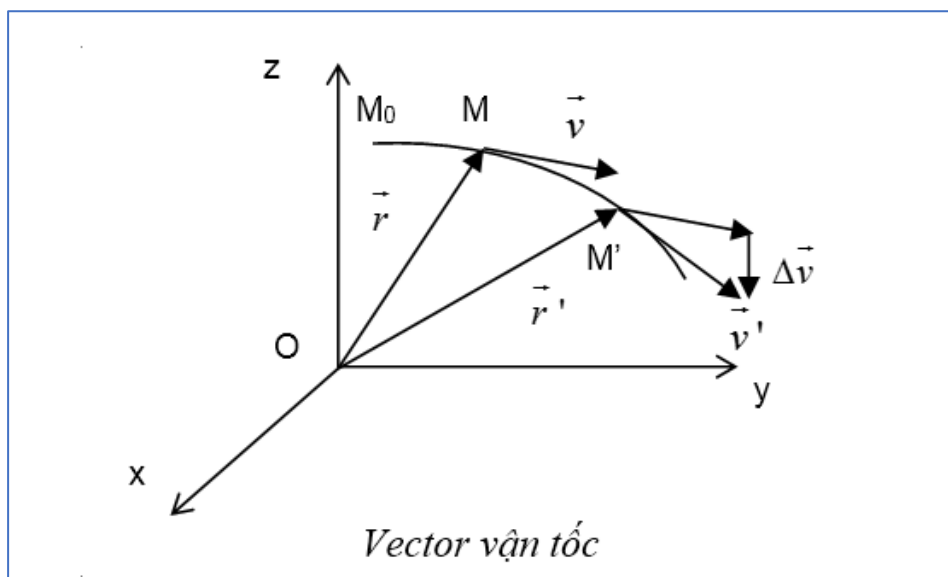
$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Véc tơ vận tốc lúc này là:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

Mặt khác:

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$



Do đó:

$$\Rightarrow \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \frac{dz}{dt} \end{cases} \rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad [1.1-9]$$

Ta có:

$$v = |\vec{v}| = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}$$

Khi Δt khá lớn thì $|\Delta\vec{r}| \neq \Delta s$; còn khi Δt nhỏ thì: $|\Delta\vec{r}| \approx \Delta s$.

Vậy
$$|\vec{v}| = \frac{ds}{dt} = v.$$

Từ
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt},$$

Ta thấy \vec{v} cùng phương và chiều với $d\vec{r}$.

Như ta biết khi Δt lớn, $\Delta\vec{r}$ có phương cát tuyến qua MM' ; và khi Δt nhỏ ($\Delta t \rightarrow dt$), cát tuyến $\Delta\vec{r}$ trở thành tiếp tuyến $d\vec{r}$ tại M, vậy \vec{v} có phương tiếp tuyến và cùng chiều với chiều chuyển động.

Ngoài cách biểu diễn \vec{v} theo các thành phần v_x, v_y, v_z ; người ta còn có thể biểu diễn theo vectơ đơn vị tiếp tuyến $\vec{\tau}$ như sau:

$$\vec{v} = v \cdot \vec{\tau} \quad [1.1-10]$$

Trong đó, $\vec{\tau}$ có giá trị bằng đơn vị, có phương tiếp tuyến với quỹ đạo s và chiều là chiều chuyển động của chất điểm.

1.1.3 Gia tốc và vectơ gia tốc

Gia tốc là một đại lượng đặc trưng cho sự biến thiên của vectơ vận tốc.

1.1.3.1 Định nghĩa gia tốc

Giả sử chất điểm chuyển động theo một quỹ đạo nào đó trong hệ quy chiếu Oxyz. Vào thời điểm t , chất điểm ở vị trí M , có vectơ vận tốc là \vec{v} và ở thời điểm $t' = t + \Delta t$, chất điểm ở vị trí M' , có vận tốc \vec{v}' . Khi đó, $\Delta\vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$ gọi là độ biến thiên vận tốc trong thời gian Δt .

Vectơ gia tốc trung bình của chất điểm trong thời gian Δt

$$\vec{a}_{tb} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Tương tự như trong trường hợp vận tốc, khi $\Delta t \rightarrow 0$ thì:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

Vậy
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad [1.1-11]$$

là vectơ gia tốc tức thời của chất điểm ở thời điểm t .

Theo trên ta có: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, nên $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$. Vectơ \vec{v} hướng theo tiếp tuyến, còn $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ nên \vec{a} không nhất thiết hướng theo tiếp tuyến mà có thể hướng theo hướng bất kỳ của $d\vec{v}$.

1.1.3.2 Vectơ gia tốc trong hệ tọa độ Descartes

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

Suy ra:
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$$

Do đó
$$a_x = \frac{dv_x}{dt}; a_y = \frac{dv_y}{dt}; a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

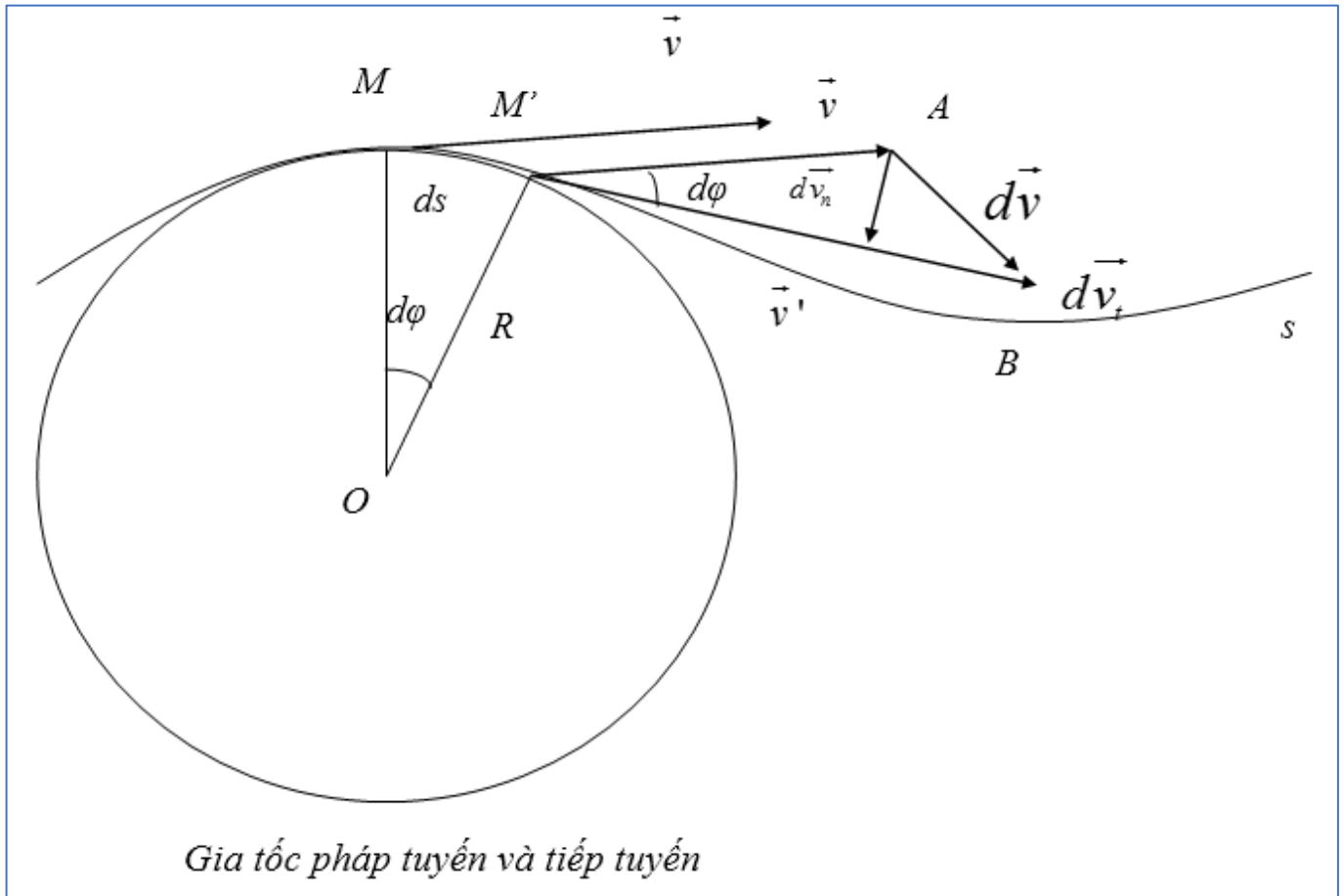
Hay
$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}; a_y = \frac{d^2y}{dt^2}; a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad [1.1-12]$$

1.1.3.3 Gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến

Để tìm hiểu về các thành phần của gia tốc \vec{a} , ta hãy xét một chất điểm chuyển động với một quỹ đạo là đường cong như hình vẽ dưới.

Giả sử trong khoảng thời gian dt rất ngắn, chất điểm M di chuyển được một cung cong $ds=MM'$ trên quỹ đạo cong s , được coi là phẳng. Vì ds rất bé, cho nên có thể coi ds là cung đường tròn bán kính R mật tiếp với quỹ đạo cong trên đoạn cong MM' . Từ điểm M và M' , ta kẻ hai đường vuông góc với tiếp tuyến quỹ đạo tại đó.



Chúng sẽ cắt nhau tại O gọi là tâm cong, với góc ở tâm là $d\varphi$. Còn $OM = OM' = R$ gọi là bán kính cong của quỹ đạo tại vị trí đang xét, là đại lượng biến thiên dọc theo s . Cung tròn $ds = R d\varphi$, nên bán kính cong R được xác định:

$$R = \frac{ds}{d\varphi} \quad [1.1-13]$$

Giá trị nghịch đảo của R là K ($K = \frac{1}{R}$) gọi là độ cong của quỹ đạo tại điểm M .

► **Lưu ý:** Tại các điểm khác nhau, quỹ đạo có thể có các bán kính cong và độ cong khác nhau. Ví dụ khi quỹ đạo là một đường thẳng thì bán kính cong $R = \infty$ và do đó độ cong K của nó bằng 0.

Giả sử tại M và M', véctor vận tốc của chất điểm lần lượt là \vec{v} và \vec{v}' . Trong $\Delta(M'AB)$, ta có $d\vec{v} = \overline{AB}$ là biến thiên của véctor vận tốc \vec{v} trong khoảng thời gian dt.

Phân tích véctor $d\vec{v}$ thành hai thành phần: $d\vec{v}_n$ vuông góc với \vec{v}' và $d\vec{v}$ nằm dọc theo \vec{v}' , ta có:

$$d\vec{v} = d\vec{v}_n + d\vec{v}_\tau$$

Chia hai vế cho dt, ta có: $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$

a) Gia tốc pháp tuyến: là gia tốc vuông góc với véctor vận tốc và hướng vào tâm cong

$$\vec{a}_n = \frac{d\vec{v}_n}{dt}$$

Theo hình $dv_n = v \cdot \sin(d\varphi) \approx v d\varphi$; vậy trị số của gia tốc pháp tuyến có thể suy ra là:

$$a_n = \frac{dv_n}{dt} = v \frac{d\varphi}{dt} = v \frac{d\varphi}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{v^2}{R}$$

Vậy:
$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad [1.1-14]$$

b) Gia tốc tiếp tuyến: là gia tốc hướng theo tiếp tuyến và véctor vận tốc

Trị số $dv_\tau = dv$ là thành phần thay đổi của véctor vận tốc về độ lớn (mô đun). Do đó, giá trị của gia tốc tiếp tuyến là:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} \quad [1.1-15]$$

Ký hiệu véctor \vec{n} , là véctor đơn vị hướng vuông góc với tiếp tuyến, vào tâm cong và $\vec{\tau}$ là véctor đơn vị hướng dọc theo tiếp tuyến, theo chiều của véctor vận tốc, ta có gia tốc toàn phần:

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{\tau} \quad [1.1-16]$$

Trị tuyệt đối của gia tốc toàn phần:

$$a = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2} \quad [1.1-17]$$

1.1.4 Phép cộng vận tốc và gia tốc cổ điển

1.1.4.1 Hệ quy chiếu tương đối chuyển động thẳng

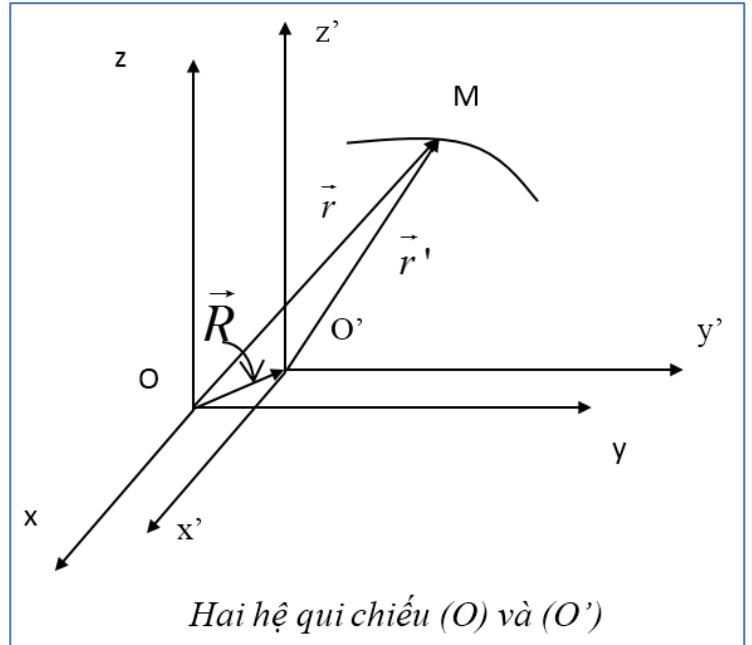
Xét một chất điểm M chuyển động trong hai hệ quy chiếu:

- Hệ (O) trùng với Oxyz là hệ đứng yên.

- Hệ (O') trùng với O'x'y'z' là hệ chuyển động tương đối so với hệ (O).

- $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ là véctơ vị trí của chất điểm trong hệ quy chiếu (O).

- $\overrightarrow{O'M} = \vec{r}'$ là véctơ vị trí của chất điểm trong hệ quy chiếu (O').



- $\overrightarrow{OO'} = \vec{R}$ là véctơ vị trí của O' đối với O.

vậy:
$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}' \quad [1.1-18]$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt}$$

Ta có: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ là vận tốc đối với hệ (O): vận tốc tuyệt đối

$\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt}$ là vận tốc đối với hệ (O'): vận tốc tương đối

$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt}$ là vận tốc của hệ (O') so với hệ (O): vận tốc lôi theo

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

$$\vec{v}_{M/O} = \vec{v}'_{M/O'} + \vec{V}_{O'/O} \quad [1.1-19]$$

Vận tốc của chất điểm M trong hệ (O) bằng tổng véctơ vận tốc của chất điểm M trong hệ (O') cộng với vận tốc của hệ (O') so với hệ (O).

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{V}}{dt}$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

$$\vec{a}_{M/O} = \vec{a}'_{M/O'} + \vec{A}_{O'/O} \quad [1.1-20]$$

Gia tốc của chất điểm M trong hệ (O) bằng tổng véctơ gia tốc của chất điểm M trong hệ (O') cộng với gia tốc của hệ (O') so với hệ (O).

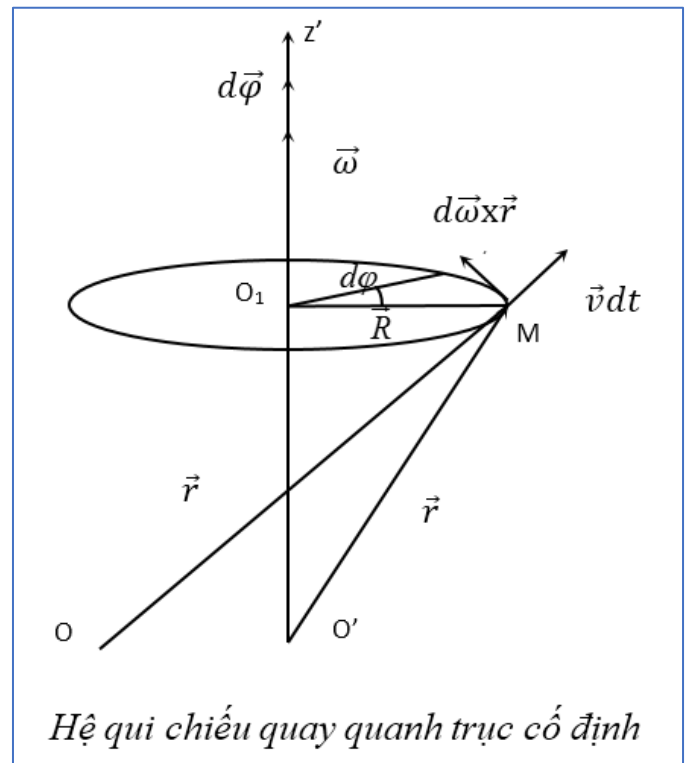
1.1.4.2 Hệ quy chiếu tương đối quay xung quanh trục cố định

Giả sử hệ O'x'y'z' quay xung quanh trục z' cố định so với hệ Oxyz với vận tốc góc $\vec{\omega} = const$, mà nó không chuyển động tịnh tiến.

Giả sử chất điểm M chuyển động tương đối với vận tốc \vec{v}' so với hệ O'x'y'z', bám chặt vào hệ này. Sau khoảng thời gian dt, chất điểm M thực hiện được một dịch chuyển vi phân quan sát trong hệ O'x'y'z':

$$d\vec{r}' = \vec{v}'dt \quad [1.1-21]$$

Trong hệ tuyệt đối Oxyz, ngoài dịch chuyển trên ta còn quan sát thấy O'x'y'z' quay đều quanh trục z' với vận tốc góc $\vec{\omega}$ và véctơ $\vec{r}' = \overline{O'M}$ gắn chặt với hệ này cũng quay theo. Và sau khoảng thời gian dt, chất điểm M vạch một cung vi phân biểu diễn dưới dạng: $d\vec{\varphi} \times \vec{r}'$. Góc dịch chuyển dφ của chất điểm M đã được véctơ hóa, trong đó véctơ $d\vec{\varphi}$ qui ước đặt như véctơ $\vec{\omega}$ về phương chiều trên trục z' (qui tắc vắn nút chai).



Hệ qui chiếu quay quanh trục cố định

Vậy trong hệ tuyệt đối Oxyz:

$$d\vec{r}' = \vec{v}'dt + d\vec{\varphi} \times \vec{r}'$$

Nhưng $d\vec{r} = d\vec{r}'$ (vì \overline{OM} và \overline{OM}' chung một ngọn M) nên ta có thể viết:

$$d\vec{r} = \vec{v}'dt + d\vec{\varphi} \times \vec{r}' \quad [1.1-22]$$

Sau khi chia hai vế [1.1-22] cho dt ta có:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}' \quad [1.1-23]$$

Lưu ý: $\vec{\omega} \times \vec{r}' = \vec{\omega} \times \vec{R}$ là vận tốc lồi theo trong chuyển động quay.

Trong hệ O'x'y'z', gia tốc tương đối của chất điểm M là \vec{a}' và trong khoảng thời gian dt, vectơ vận tốc \vec{v}' sinh ra $d\vec{v}' = \vec{a}'dt$. Nhưng trong hệ Oxyz, tương tự như vectơ \vec{r}' , ta còn quan sát thấy vectơ \vec{v}' quay và vạch ra cung tròn $d\vec{\varphi} \times \vec{v}'$. Do đó, trong hệ Oxyz ta có:

$$d\vec{v}' = \vec{a}'dt + d\vec{\varphi} \times \vec{v}' \quad [1.1-24]$$

Lấy vi phân hai vế của [1.1-23] ta có:

$$d\vec{v} = d\vec{v}' + \vec{\omega} \times d\vec{r}' \quad [1.1-25]$$

Thế $d\vec{v}'$ trong [1.1-25] bằng [1.1-24] và $d\vec{r}'$ bằng [1.1-22], ta có:

$$d\vec{v} = \vec{a}'dt + d\vec{\varphi} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{v}'dt + d\vec{\varphi} \times \vec{r}')$$

Chia hai vế của [1.1-25] cho dt, ta có:

$$\vec{a} = \vec{a}' + 2(\vec{\omega} \times \vec{v}') + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') \quad [1.1-26]$$

Trong đó: $2(\vec{\omega} \times \vec{v}')$: Gia tốc cariolis

$\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$: Gia tốc hướng tâm

Người quan sát trong hệ qui chiếu tương đối O'x'y'z' đo được:

- Gia tốc tương đối:

$$\vec{a}' = \vec{a} - 2(\vec{\omega} \times \vec{v}') - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') \quad [1.1-27]$$

- Gia tốc: $\vec{a}_{co} = -2(\vec{\omega} \times \vec{v}') = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega})$ là gia tốc quán tính Coriolis hay gọi đơn giản là gia tốc Cariolis, hướng vuông góc với vận tốc góc $\vec{\omega}$ và vận tốc tương đối \vec{v}' .

$$\vec{a}_{co} = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega}) \quad [1.1-28]$$

- Gia tốc: $\vec{a}_{LT} = -\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') = (\vec{\omega} \times \vec{r}') \times \vec{\omega}$ [1.1-29]

là gia tốc ly tâm ngược chiều với gia tốc hướng tâm.

- Gia tốc Coriolis:

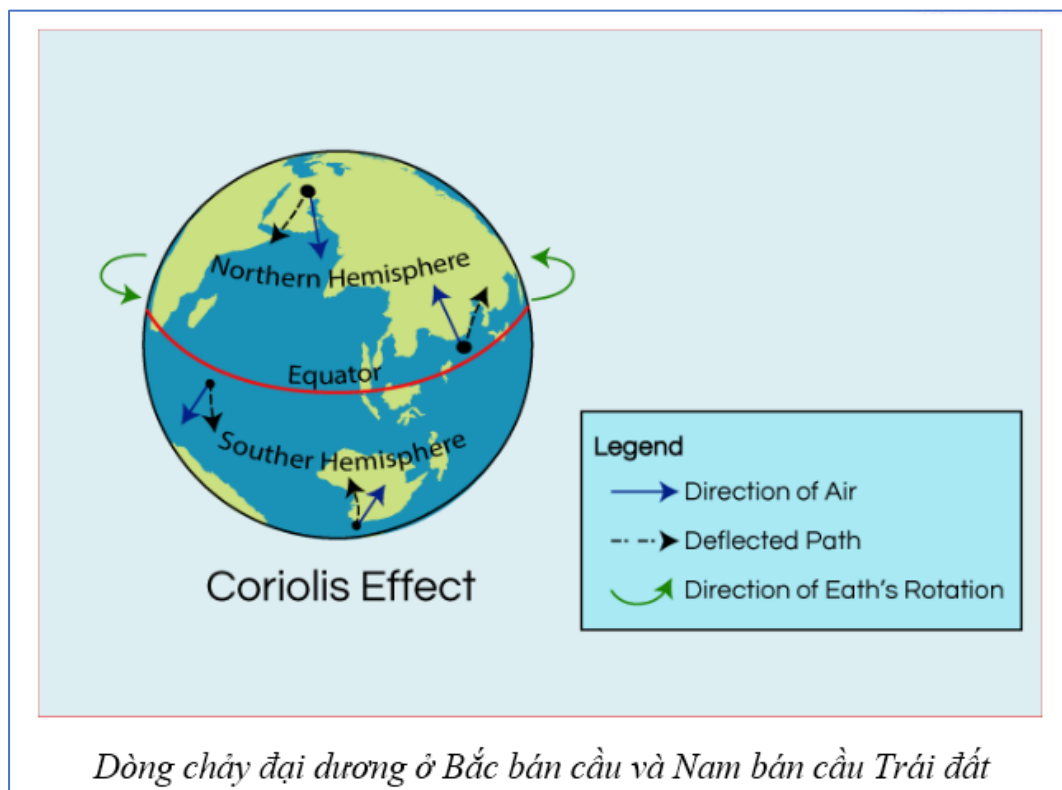
$\vec{a}_{co} = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega}) = 0$, khi M nằm yên trong hệ O'x'y'z': $\vec{v}' = 0$.

$\vec{a}_{co} = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega}) = 0$, khi $\vec{v}' // \vec{\omega}$, khi M chuyển động tịnh tiến theo phương song song với trục quay.

$\vec{a}_{co} = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega}) = 0$, khi hệ O'x'y'z' ngừng quay: $\vec{\omega} = 0$

► **Ví dụ thực tế về gia tốc Coriolis đối với hệ qui chiếu Trái đất quay:**

Gia tốc Coriolis làm cho các dòng chảy đại dương và các dòng sông chảy dọc theo phương kinh tuyến từ cực Trái đất về xích đạo bị lệch về phía Tây. Bờ Tây của sông sẽ bị dòng sông bào mòn hơn bờ Đông.



Đoàn tàu chạy theo hướng từ Bắc xuống Nam trên Bắc bán cầu thì bánh xe bên Tây ép thanh ray bên đó, khiến thanh ray bên Tây bị mòn nhiều hơn thanh bên Đông.

Một vật rơi tự do từ trên cao xuống mặt đất sẽ bị lệch về phía Đông, gọi là hiện tượng lệch về phương Đông của các vật rơi tự do.

Con lắc Foucault dao động sẽ dần vạch ra hình sao dưới tác dụng của gia tốc Coriolis.

Các trung tâm bão sẽ có hiện tượng xoáy.

1.1.5 Một số dạng chuyển động cơ đặc biệt

1.1.5.1 Chuyển động thẳng biến đổi đều

Là chuyển động với gia tốc không đổi theo thời gian. Và gia tốc hướng tâm bằng không, nên:

$$a = a_t = \frac{dv}{dt} = \text{const}$$

Kết quả: sau những khoảng thời gian bằng nhau, vận tốc thay đổi những lượng bằng nhau. Nếu trong khoảng thời gian 0 đến t, vận tốc biến thiên từ v_0 đến v thì theo định nghĩa của gia tốc, ta có:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \text{const}$$

$$v = v_0 + at \quad [1.1-30]$$

$$v = \frac{ds}{dt} = v_0 + at$$

$$ds = (v_0 + at)dt$$

Giả thiết trong khoảng thời gian từ 0 đến t, chất điểm đi được quãng đường s, tích phân hai vế, ta được:

$$\int_0^s ds = \int_0^t (v_0 + at)dt$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad [1.1-31]$$

Khử t, ta được hệ thức thông dụng sau

$$v^2 - v_0^2 = 2as \quad [1.1-32]$$

1.1.5.2 Chuyển động tròn biến đổi đều

Người ta dùng vận tốc góc và gia tốc góc để đặc trưng cho chuyển động tròn.

a) Vận tốc góc

Xét một chất điểm chuyển động theo một quỹ đạo tròn. Trong trường hợp này vị trí của chất điểm hoàn toàn xác định bởi một tọa độ góc là φ .

Giả sử ở thời điểm ban đầu $t = 0$, vị trí của chất điểm được xác định trên trục ngang bởi góc $\varphi = 0$. Sau khoảng thời gian Δt , vị trí của chất điểm được xác định bởi góc $\Delta\varphi$. Với $\Delta\varphi$ là góc mà chất điểm quét trong thời gian Δt .

Vận tốc góc trung bình của chất điểm trong thời gian Δt là:

$$\omega_b = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Tương tự người ta định nghĩa vận tốc tức thời, ta có:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

Vậy:
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad [1.1-33]$$

(đơn vị đo ω là rad/s)

► Liên hệ giữa vận tốc góc ω và vận tốc dài v

Δs là quãng đường mà chất điểm chuyển động trong thời gian Δt , ta có: $\Delta s = R\Delta\varphi$.

Nếu sự di chuyển là nhỏ $ds = R d\varphi$:

Vậy
$$\frac{ds}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}$$

Nghĩa là
$$v = R\omega \quad [1.1-34]$$

b) Gia tốc góc

Tương tự vận tốc góc, ta giả sử ở thời điểm ban đầu vận tốc góc của chất điểm là ω và sau khoảng thời gian Δt vận tốc góc của nó là $\omega + \Delta\omega$.

Gia tốc góc trung bình của chất điểm trong thời gian Δt là: $\beta_b = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ và gia tốc góc

tức thời:
$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

Vậy
$$\beta = \frac{d\omega}{dt} \quad [1.1-35]$$

(đơn vị của β là rad/s²)

► Liên hệ giữa gia tốc góc và gia tốc tiếp tuyến

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\beta$$

$$a_t = R\beta \quad [1.1-36]$$

c) Vectơ vận tốc góc và véc tơ gia tốc góc

► Vectơ vận tốc góc

Để đặc trưng cho chiều quay và sự biến đổi góc quay của chất điểm theo thời gian ở chuyển động tròn, người ta vẽ vectơ vận tốc góc như sau:

- Độ lớn: ω
- Phương: phương của trục quay (trục của vòng tròn quỹ đạo)
- Chiều: tuân theo qui tắc vặn nút chai

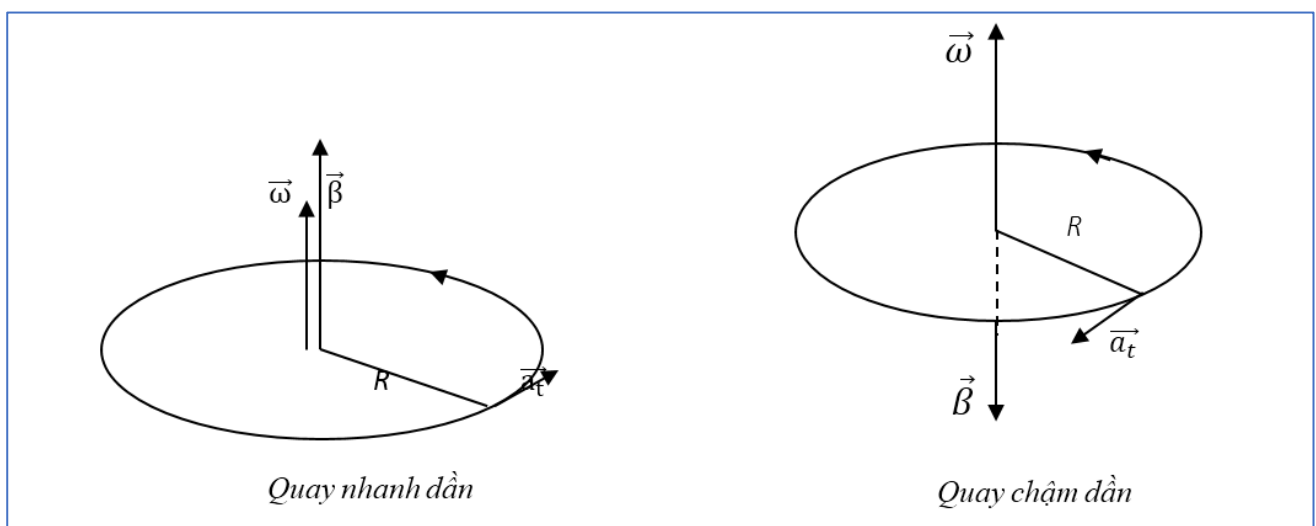
(Quay cán của cái vặn nút chai sao cho nó quay theo chiều chuyển động thì chiều tiến của đầu nhọn của vặn là chiều của vectơ $\vec{\omega}$)

► Vectơ gia tốc góc

Theo định nghĩa
$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad [1.1-37]$$

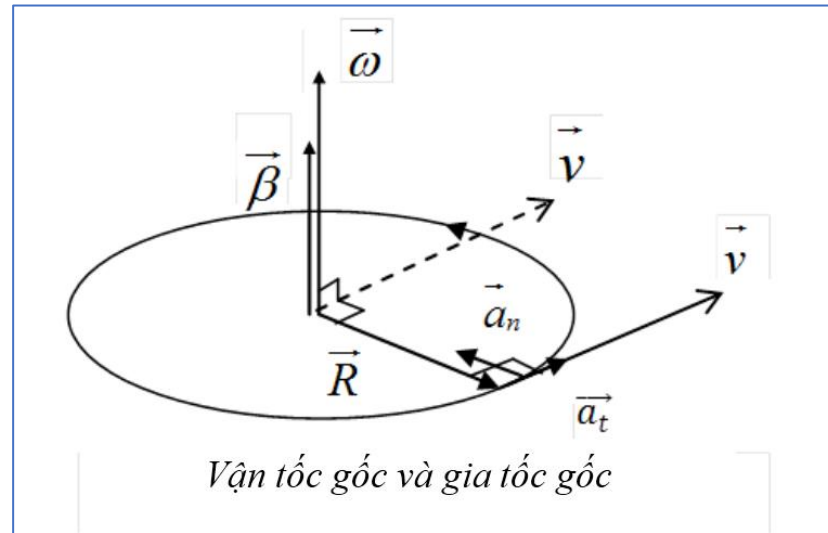
Chiều của $\vec{\beta}$ không nhất thiết phải theo chiều của $\vec{\omega}$ vì nó phụ thuộc vào thời gian. Nếu trục quay cố định thì phương của $\vec{\beta}$ giống như phương của $\vec{\omega}$ và chiều của $\vec{\beta}$ như sau:

- Quay nhanh dần: $\vec{\omega}$ tăng theo t, $\frac{d\omega}{dt} > 0 \Rightarrow \vec{\beta}$ cùng chiều với $\vec{\omega}$
- Quay chậm dần: $\vec{\omega}$ giảm theo t, $\frac{d\omega}{dt} < 0 \Rightarrow \vec{\beta}$ ngược chiều với $\vec{\omega}$



► **Lưu ý:** Trong chuyển động tròn, các đại lượng φ , ω , β liên hệ với nhau bằng các hệ thức liên hệ giống như hệ thức liên hệ giữa s, v, a trong chuyển động thẳng. Tóm lại: $\varphi \leftrightarrow s$, $\omega \leftrightarrow v$, $\beta \leftrightarrow a$

Ví dụ: $s = vt \leftrightarrow \varphi = \omega t$ &
$$\begin{cases} s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \leftrightarrow \varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2} \\ v = v_0 + at \leftrightarrow \omega = \omega_0 + \beta t \\ v^2 - v_0^2 = 2as \leftrightarrow \omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta\varphi \end{cases}$$



Theo hình trên, cho thấy là $\vec{\omega} \perp \vec{R}, \vec{\omega} \perp \vec{v}, \vec{R} \perp \vec{v}$ và theo định nghĩa tích hữu hướng của hai véctơ, ta có thể viết lại dưới dạng tích hữu hướng như sau:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R} \quad [1.1-38]$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{R}}{dt}$$

$$\vec{a} = \vec{\beta} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

Ta thấy $\vec{\beta} \times \vec{R}$ có giá trị là $\beta R = a_t$, phương của $\vec{\beta} \times \vec{R}$ là phương của \vec{v} , cùng chiều với \vec{v} nếu chuyển động nhanh dần và ngược chiều với \vec{v} nếu chuyển động chậm dần. Vậy $\vec{\beta} \times \vec{R}$ chính là véctơ gia tốc tiếp tuyến \vec{a}_t .

Còn $\vec{\omega} \times \vec{v}$ có giá trị là $v^2 / R = a_n$ với phương của $\vec{\omega} \times \vec{v}$ là phương của \vec{R} nhưng ngược chiều, nghĩa là cùng chiều với véctơ đơn vị pháp tuyến \vec{n} . Vậy $\vec{\omega} \times \vec{v}$ chính là véctơ gia tốc pháp tuyến \vec{a}_n . Nó hướng vào tâm nên gọi là gia tốc hướng tâm.

Tóm lại ta có thể viết:

$$\vec{a}_t = \vec{\beta} \times \vec{R} \quad [1.1-39]$$

$$\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v} \quad [1.1-40]$$

1.1.5.3 Rơi tự do

Ta hãy xét sự rơi tự do, một loại chuyển động thẳng có gia tốc không đổi. Vào thời cổ xưa, Aristote đã nhầm lẫn khi cho rằng vật nặng rơi nhanh hơn vật nhẹ.

Cho đến thế kỷ 16, Galileo đã dùng thí nghiệm ở tháp Pisa để chứng tỏ rằng các vật sẽ rơi nhanh như nhau nếu ma sát với không khí không đáng kể. Sau này, Newton đã khảo sát sự rơi của các vật trong một ống chân không và thấy rằng các vật này rơi cùng một gia tốc thẳng đứng hướng vào tâm Trái đất với độ lớn $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Người ta gọi sự rơi của các vật chỉ do tác dụng của sức hút Trái đất với vận tốc đầu bằng zero là sự rơi tự do. Gia tốc g được gọi là gia tốc rơi tự do. Những vật thả rơi ở độ cao gần mặt đất mà sức cản không khí đối với chúng là không đáng kể có thể coi là những vật rơi tự do.

Nếu chọn trục tọa độ là đường thẳng đứng, chiều dương từ trên xuống và gốc tại vị trí ban đầu khi thả vật, thì vận tốc và đoạn đường đi được của vật có thể viết là:

$$v = gt \quad (v_0 = 0)$$

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

Lưu ý trong trường hợp vật được ném từ dưới lên, thông thường người ta chọn chiều dương từ dưới lên và gốc tọa độ O tại mặt đất.

Vậy các phương trình được viết lại là:

$$v = v_0 - gt \quad [1.1-41]$$

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad [1.1-42]$$

1.1.5.4 Chuyển động của vật bị ném

Giả sử viên đạn được bắn ra với vận tốc đầu \vec{v}_0 , chuyển động của viên đạn sẽ là chuyển động cong vì ngoài việc tiếp tục chuyển động với vận tốc v_0 , nó còn chịu tác dụng của trọng trường với gia tốc $\vec{a} = \vec{g}$ hướng thẳng đứng xuống phía dưới. Ta chọn một hệ trục tọa độ với gốc O là điểm mà viên đạn bắt đầu chuyển động. Chuyển động của viên đạn có thể được phân tích thành hai chuyển động hình chiếu trên Ox và Oy.

► Chuyển động hình chiếu trên Ox. Vì $\vec{a}_x = \vec{g}_x = 0 \Rightarrow$ chuyển động hình chiếu trên Ox là chuyển động thẳng đều với $v_{ox} = v_o \cos \alpha$

$$x = (v_o \cos \alpha) t \quad [1.1-43]$$

► Chuyển động hình chiếu trên Oy. Vì: $a_y = -g = const \Rightarrow$ chuyển động trên Oy là chuyển động thẳng thay đổi đều.

với: $v_{oy} = v_o \sin \alpha \Rightarrow v_y = -gt + v_o \sin \alpha \quad [1.1-44]$

và $y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_o \sin \alpha)t \quad [1.1-45]$

Từ [1.1-44] và [1.1-45] ta suy ra phương trình quỹ đạo của viên đạn.

$$y = -\frac{g}{2v_o^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha)x \quad [1.1-46]$$

Vậy viên đạn có quỹ đạo là một parabol.

► **Khi viên đạn lên đến cao độ cực đại**, $v_y = 0$ và $t = \frac{v_o \sin \alpha}{g}$

Vậy:
$$h_{\max} = v_o \sin \alpha \left(\frac{v_o \sin \alpha}{g} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{v_o \sin \alpha}{g} \right)^2$$

$$h_{\max} = \frac{v_o^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad [1.1-47]$$

► **Khi viên đạn chạm đất**, $y = 0$ và $t = \frac{2v_o \sin \alpha}{g}$, lúc đó, tầm xa của viên đạn sẽ

là:

$$x_{\max} = R = (v_o \cos \alpha) \frac{2v_o \sin \alpha}{g} = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g} \quad [1.1-48]$$

1.2. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

Động lực học nghiên cứu chuyển động của các vật và mối liên hệ giữa chúng với tương tác giữa các vật. Cơ sở của động lực học vĩ mô là các định luật Newton và nguyên lý Gallile.

1.2.1 Ba định luật Newton

Các định luật Newton nêu lên mối quan hệ giữa chuyển động của một vật với tác dụng bên ngoài và quan hệ giữa các tác dụng tương hỗ giữa các vật.

1.2.1.1 Định luật I Newton

a) Phát biểu: Một vật cô lập (không chịu tác dụng bởi các lực bên ngoài hoặc hợp lực ngoài tác dụng lên nó bằng không) nếu nó đang đứng yên thì sẽ tiếp tục đứng yên, nếu đang chuyển động thì sẽ chuyển động thẳng đều mãi.

Do đó một vật bất kỳ có khả năng bảo toàn trạng thái đứng yên hay chuyển động của nó, nên người ta gọi nó là có quán tính. Định luật I của Newton cũng được gọi là *định luật quán tính*.

Hãy tưởng tượng bạn đang ngồi trên một xe ô tô. Khi xe bắt đầu chạy, bạn và những hành khách khác bị ngã về phía sau. Khi xe đột ngột dừng lại thì bạn bị chúi về phía trước. Khi xe lượn vòng sang phải thì bạn bị nghiêng về phía trái. Hiện tượng này là do bạn và những hành khách khác đều có quán tính nên cố giữ lại trạng thái chuyển động cũ.

► **Lưu ý:** Định luật I Newton chỉ đúng với các hệ quy chiếu quán tính. Định luật không đúng cho các hệ quy chiếu đang chuyển động có gia tốc.

b) Hệ quy chiếu quán tính:

Hệ quy chiếu được gắn lên một vật cô lập ($\vec{v} = \text{const}, \vec{a} = 0$). Đối với hệ quy chiếu Copernic ta xem như là hệ quy chiếu quán tính. Hệ quy chiếu gắn liền với Trái đất không phải là hệ quy chiếu quán tính vì Trái đất quay quanh Mặt trời và tự quay quanh nó. Nhưng nếu ta xét chuyển động của một vật trong khoảng thời gian ngắn thì ta có thể xem hệ quy chiếu gắn với Trái đất là một hệ quy chiếu gần quán tính.

1.2.1.2 Định luật II Newton

a) Phát biểu: Một chất điểm có khối lượng m chịu tác dụng của ngoại lực \vec{F} , sẽ chuyển động với một gia tốc \vec{a} thỏa phương trình:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad [1.2-1]$$

b) Nhân xét: Tương tự như định luật I, định luật II của Newton cũng chỉ đúng với các hệ quy chiếu quán tính. Định luật I chỉ là một trường hợp riêng của định luật II ($\vec{F} = 0$ thì $\vec{a} = 0$, tức là nếu vật không chịu tác dụng của ngoại lực thì nó sẽ tiếp tục đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều $\vec{v} = const$). Tuy nhiên Newton vẫn phát biểu nó thành một định luật riêng do tầm quan trọng của định luật này về phương diện lý luận khi nghiên cứu chuyển động.

1.2.1.3 Định luật III Newton

a) Phát biểu: Khi một vật tác dụng lên một vật khác bằng một lực \vec{F}_{12} (tác lực) thì ngược lại nó cũng sẽ chịu tác dụng từ vật kia một lực \vec{F}_{21} (phản lực) đối kháng (cùng phương, cùng trị số, ngược chiều).

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad [1.2-2]$$

b) Nhân xét: Định luật III của Newton chỉ đúng với các hệ quy chiếu quán tính. Lực và phản lực có hai điểm đặt khác nhau. Khi xét cả hệ thì chúng triệt tiêu nhau.

1.2.2 Hệ quy chiếu không quán tính – Lực quán tính – Nguyên lý tương đối Galile

1.2.2.1 Hệ quy chiếu không quán tính

Bất kỳ một hệ quy chiếu nào chuyển động có gia tốc so với hệ quy chiếu quán tính đều là hệ quy chiếu không quán tính.

1.2.2.2 Lực quán tính

Gọi \vec{F} là lực tác dụng lên chất điểm khối lượng m . Phương trình định luật II Newton đối với hệ (O):

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad [1.2-3]$$

Theo (1-29):
$$m(\vec{a}' + \vec{A}) = \vec{F} \quad [1.2-4]$$

Nên:
$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{A} \quad [1.2-5]$$

Phương trình [2.2-5] là phương trình của định luật II Newton đối với hệ (O'), trong đó \vec{a}' là gia tốc của m trong hệ không quán tính.

Từ [2.2-3] và [2.2-5] ta thấy nếu đối với hệ (O) phương trình định luật hai Newton chỉ có lực \vec{F} tác dụng, còn đối với hệ (O') thì ngoại lực \vec{F} còn có một lực nữa là $-m\vec{A}$ được gọi là lực quán tính.

$$\vec{F}_{qt} = -m\vec{A} \quad [1.2-6]$$

► Đặc điểm của lực quán tính:

Lực này không do vật tác dụng lên vật sinh ra mà chỉ xuất hiện do sự chuyển động có gia tốc của (O') đối với (O). Lực luôn ngược chiều với \vec{A} .

Ví dụ: Xe tăng tốc, \vec{A} hướng về trước, $\vec{F}_{qt} = -m\vec{A}$ hướng về sau. Xe hãm gấp, \vec{A} hướng về sau, $\vec{F}_{qt} = -m\vec{A}$ hướng về trước.

1.2.2.3 Nguyên lý tương đối Galile

Xét một chất điểm khối lượng m chuyển động đối với hai hệ qui chiếu quán tính, trong đó: hệ (O) đứng yên, hệ (O') chuyển động thẳng đều ($\vec{A} = 0$) đối với (O).

Đối với (O), phương trình của định luật II Newton có dạng:

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

Đối với (O'), phương trình của định luật II Newton có dạng:

$$m\vec{a}' = \vec{F}$$

Từ trên, ta thấy dạng phương trình định luật II Newton của hai hệ qui chiếu giống nhau, có nghĩa là khi ta chuyển từ một hệ qui chiếu quán tính này sang một hệ qui chiếu quán tính khác thì phương trình của định luật hai Newton không thay đổi dạng.

Mặt khác, phương trình định luật II Newton mô tả các hiện tượng cơ học, điều này chứng tỏ hiện tượng cơ học xảy ra như nhau đối với hai hệ qui chiếu quán tính khác nhau, nên từ đó ta phát biểu nguyên lý tương đối Galile:

Một hiện tượng cơ học bất kỳ thì xảy ra như nhau đối với các hệ qui chiếu quán tính khác nhau.

1.2.3 Một số lực trong cơ học

Lực là một đại lượng vật lý đặc trưng cho sự tương tác ít nhất giữa hai vật với nhau, làm thay đổi trạng thái chuyển động của vật hoặc làm biến dạng vật (đôi lúc vừa làm thay đổi trạng thái chuyển động của vật vừa làm biến dạng vật).

1.2.3.1 Trọng lực và trọng lượng

a) Trọng lực: là lực làm cho mọi vật đều rơi về phía Trái đất với gia tốc trọng trường \vec{g} .

Xét trong hệ qui chiếu Trái đất quay, trọng lực là tổng hợp lực của lực hấp dẫn và lực ly tâm.

► **Lực hấp dẫn:**

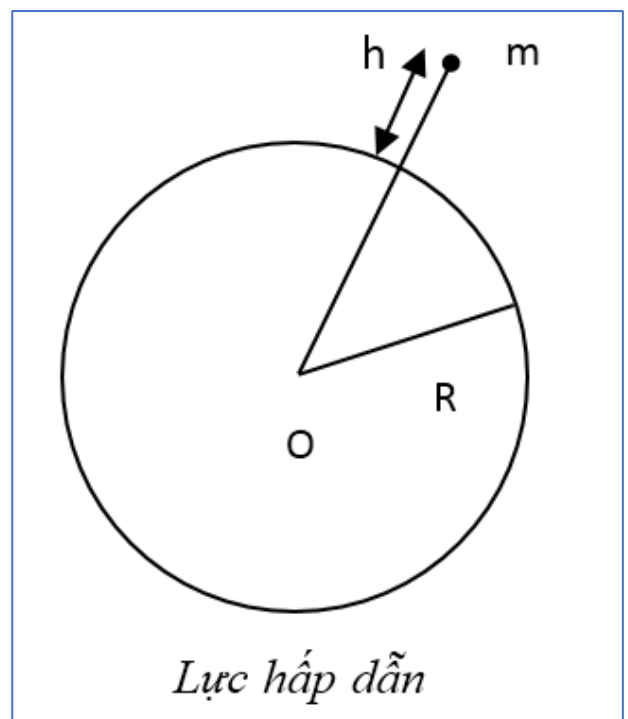
$$F = G \frac{mM}{r^2} \quad [1.2-7]$$

Trong đó:

+ M và m là khối lượng của Trái đất và chất điểm;

+ R=6400km là bán kính Trái đất;

+ h là khoảng cách từ mặt đất tới chất điểm;



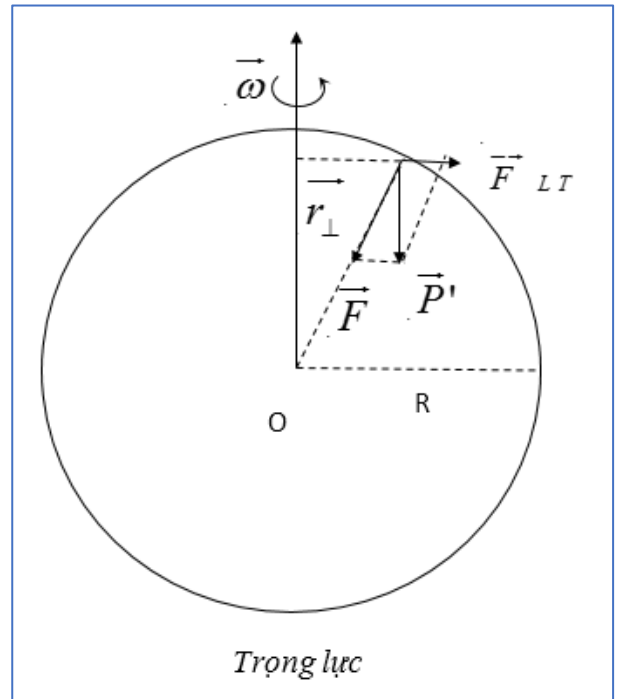
+ $r = R + h$ là khoảng cách từ tâm Trái đất tới chất điểm;

+ $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ (Nm²/kg²) là hằng số hấp dẫn;

$$g_0 = G \frac{mM}{r^2} = 9,81 \frac{m}{s^2}.$$

+ Nếu $h \ll R$ ta có thể xem $F_h = F_0 \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$

với $F_0 = G \frac{mM}{r^2}$



► **Lực ly tâm:** (hướng từ trong trục quay ra ngoài)

$$\vec{F}_{LT} = m\omega_0^2 \vec{r}_\perp$$

Do đó, hợp lực:

$$\vec{P} = \vec{F} + \vec{F}_{LT} = m\vec{g}$$

Lực \vec{P} không hướng đúng vào tâm của Trái đất mà hơi bị lệch đi một ít, \vec{P} được gọi là *trọng lực*. Ở xích đạo, lực ly tâm ngược chiều với lực hấp dẫn nên trọng lực là bé nhất. Trái lại ở các cực của Trái đất thì $\vec{r}_\perp = 0$, lực ly tâm triệt tiêu nên trọng lực là lớn nhất và bằng lực hấp dẫn.

b) Trọng lượng

Trọng lượng \vec{P}' là lực mà vật tác dụng lên giá đỡ nó hay dây treo nó.

Khi giá đỡ hoặc giá treo đứng yên thì *trọng lượng bằng trọng lực*.

$$P = P' = mg$$

Khi giá đỡ hoặc giá treo chuyển động thì phát sinh gia tốc quán tính làm *tăng hoặc giảm trọng lượng tùy hướng chuyển động*, thậm chí làm mất hẳn trọng lượng:

$$\vec{P}' = m\vec{g}' + \vec{F}_{qt} \quad [1.2-8]$$

1.2.3.2 Lực đàn hồi

Khi ngoại lực tác dụng làm biến dạng vật, trong vật sẽ xuất hiện một lực có xu hướng chống lại biến dạng đó, lực ấy gọi là lực đàn hồi.

Xét biến dạng một chiều, luật đàn hồi tuân theo định luật Hooke: “*Trong giới hạn đàn hồi, lực đàn hồi tỉ lệ với độ biến dạng của vật*”:

$$\vec{F}_{dh} = -k\Delta\vec{x} \quad [1.2-9]$$

Trong đó k (N/m) là hệ số đàn hồi hay hệ cứng, phụ thuộc chiều dài ban đầu, tiết diện ngang S và bản chất của vật; Δx (m): độ biến dạng của vật; dấu “-” chứng tỏ lực đàn hồi ngược với chiều biến dạng.

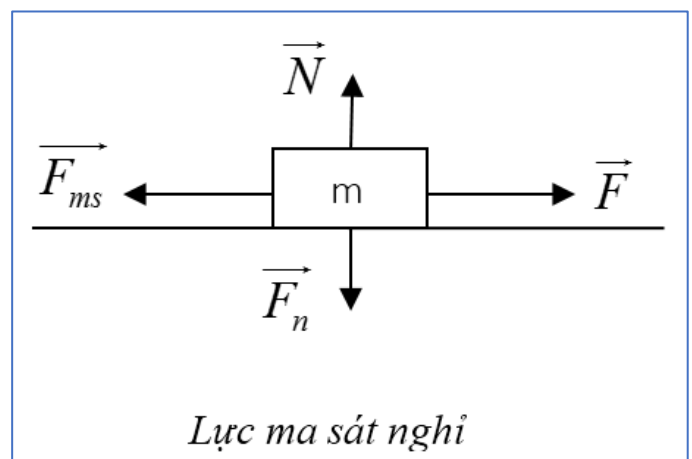
Lực đàn hồi thể hiện rõ nhất là ở các lò xo, các dây thun. Một số dạng khác của lực đàn hồi, đó là lực căng dây, phản lực vuông góc của bề mặt tiếp xúc.

1.2.3.3 Lực ma sát

a) Định nghĩa: Lực ma sát là lực xuất hiện trên hai mặt tiếp xúc giữa hai vật và có xu hướng cản trở sự chuyển động tương đối giữa hai vật đó.

b) Các loại lực ma sát: Xuất hiện trên mặt tiếp xúc giữa hai vật rắn (*ma sát khô: ma sát nghỉ; ma sát trượt; ma sát lăn*), giữa chất rắn và chất lỏng hoặc khí, giữa các lớp của chất lỏng và khí với nhau (*ma sát nhớt*).

► Tác dụng vào vật có khối lượng m một lực \vec{F} theo phương nằm ngang như hình vẽ bên. Nếu vật m vẫn nằm yên, có nghĩa ngoài \vec{F} còn có một lực thứ 2 tác dụng lên vật m theo chiều ngược lại và có độ lớn bằng ngoại lực \vec{F} , lực thứ hai này được gọi là lực ma

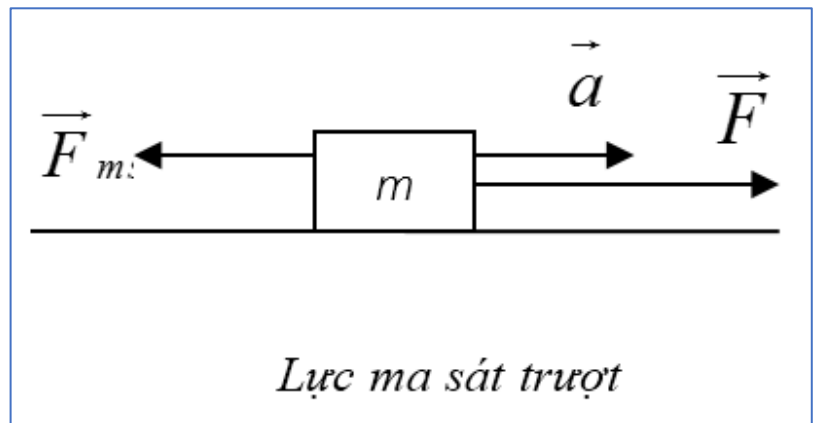


sát nghỉ. Tăng dần lực \vec{F} thì lực ma sát nghỉ cũng tăng theo, cho đến khi vượt quá một giá trị giới hạn \vec{F}_{gh} thì vật bắt đầu trượt trên mặt phẳng tiếp xúc.

$$F_{gh} = kN \quad [1.2-10]$$

Trong đó k là hệ số ma sát nghỉ, phụ thuộc vào bản chất của vật liệu và trạng thái của các mặt tiếp xúc (nhẵn, gồ ghề, ...); N là phản lực vuông góc với bề mặt của mặt phẳng tiếp xúc.

Khi lực kéo $\vec{F} > \vec{F}_{gh}$ thì vật bắt đầu trượt. Lực ma sát khi đó gọi là lực *ma sát trượt*. Trong thực tế khi vận tốc trượt không lớn lắm ta có thể áp dụng công thức [1.2-10] cho lực ma sát



trượt, lực ma sát trượt không đổi suốt quá trình trượt.

$$F_{mst} = kN \quad [1.2-11]$$

Lực ma sát xuất hiện khi một vật lăn trên bề mặt một vật khác gọi là lực *ma sát lăn*. Nó được xác định bởi công thức sau:

$$F_{msl} = k'N \quad [1.2-12]$$

k' là hệ số ma sát lăn, nó thường nhỏ hơn hệ số ma sát trượt nhiều.

► Khác với ma sát khô, ma sát nhớt phụ thuộc vào vận tốc.

Với các vận tốc nhỏ, lực ma sát nhớt tỉ lệ với vận tốc:

$$\vec{F}_{msn} = -\eta\vec{v} \quad [1.2-13]$$

Với vận tốc lớn, ma sát nhớt tỉ lệ với bình phương vận tốc:

$$\vec{F}_{msn} = -\eta v\vec{v} \quad [1.2-14]$$

η là hệ số ma sát nhớt, phụ thuộc hình dạng, kích thước của vật và môi trường.

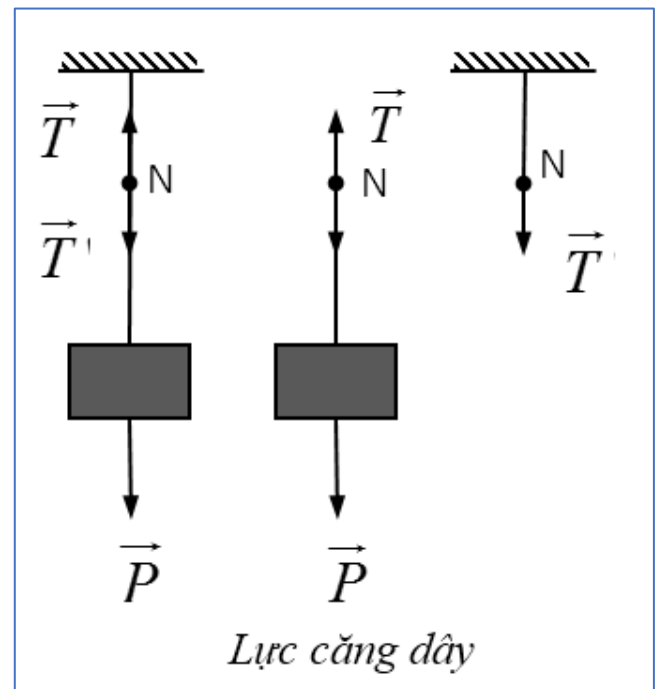
► **Điểm chung của lực ma sát:**

- + Ngược chiều chuyển động của vật.
- + F_{ms} tỉ lệ với phản lực N hoặc với vận tốc v.
- + Điểm đặt: trên vật.

1.2.3.4 Lực căng dây: là lực do dây tác dụng lên vật.

Khi một vật bị buộc chặt vào một sợi dây treo tại một điểm cố định nào đó trên giá treo thì dưới tác dụng của ngoại lực (chẳng hạn là trọng lượng của vật) sợi dây bị kéo căng. Tại các điểm trên dây xuất hiện các lực gọi là *lực căng* của dây.

Muốn xác định lực căng dây tại N, ta tưởng tượng dây bị cắt tại N. Để cho dây vẫn căng như lúc chưa bị cắt và vật vẫn



giữa nguyên trạng thái động lực của nó như cũ thì ta phải tác dụng hai lực \vec{T} và \vec{T}' ở hai đầu chỗ dây bị cắt với $\vec{T} = -\vec{T}'$.

Thực tế dây không đứt, như vậy trên dây luôn tồn tại một cặp lực \vec{T} và \vec{T}' và được gọi là lực căng dây.

Lực căng của dây không nhất thiết bằng trọng lực mà phụ thuộc vào giá treo.

Giá treo đứng yên $\Rightarrow \vec{v} = const \Rightarrow \vec{a} = 0$

Theo định luật II Newton:

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$$

Chiều phương trình của định luật hai Newton xuống chiều dương giả sử là chiều đi lên.

$$T - P = 0 \Rightarrow T = P = mg \quad [1.2-15]$$

Giá treo chuyển động với gia tốc \vec{a} và đi lên. Theo định luật II Newton:

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$$

Chọn chiều dương cùng chiều với chiều chuyển động và chiều phương trình của định luật II Newton xuống chiều dương:

$$T - P = ma \Rightarrow T = P + ma = m(g + a) \Rightarrow T > P \quad [1.2-16]$$

Giá treo chuyển động với gia tốc \vec{a} và đi xuống. Theo định luật II Newton:

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$$

Chọn chiều dương cùng chiều với chiều chuyển động và chiều phương trình của định luật Newton 2 xuống chiều dương:

$$P - T = ma \Rightarrow T = P - ma = m(g - a) \Rightarrow T < P \quad [1.2-17]$$

Nếu $a = g \Rightarrow T = 0$: đây là trường hợp không trọng lượng

Lưu ý:

- Nếu dây không đồng chất thì ở những điểm khác nhau lực căng khác nhau.
- Nếu dây đồng chất lý tưởng thì ở mọi điểm trên dây lực căng dây đều như nhau.

Trong nhiều máy móc, một số chi tiết được nối với nhau bằng dây cu-roa, cáp mềm, thừng, ..., ta gọi chung là dây. Dây là vật không chống lại lực nén mà chỉ chống lại lực kéo. Khi bị kéo căng, dây bị dãn một ít và bản thân nó xuất hiện lực đàn hồi chống lại sự kéo căng đó. Lực đàn hồi trong trường hợp này được gọi là lực căng dây.

1.2.4 Một thí dụ khảo sát chuyển động

Xác định gia tốc chuyển động của hệ hai vật A, B và sức căng của dây kéo hai vật đó, hai vật có khối lượng lần lượt là m_A và m_B . Vật A trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng góc α với phương nằm ngang, khối lượng ròng rọc và dây căng không đáng kể.

Phân tích ngoại lực tác dụng lên hệ:

- Trọng lực \vec{P}_B của vật B,
- Trọng lực \vec{P}_A của vật A,
- Phản lực pháp tuyến N của mặt phẳng nghiêng.

Trọng lực \vec{P}_A của A phân tích ra hai thành phần:

$$\vec{P}_A = \vec{P}_{nA} + \vec{P}_{tA}$$

Trong đó, \vec{P}_{nA} vuông góc với mặt phẳng nghiêng triệt tiêu với phản lực pháp tuyến \vec{N} :

$$\vec{P}_{nA} + \vec{N} = 0$$

Vậy, các ngoại lực tác dụng lên hệ A + B còn lại là \vec{P}_B và \vec{P}_{tA} , do tác dụng của ròng rọc hai lực \vec{P}_B và \vec{P}_{tA} tác dụng lên vật theo cùng phương nhưng ngược chiều. Ta so sánh độ lớn của hai lực đó:

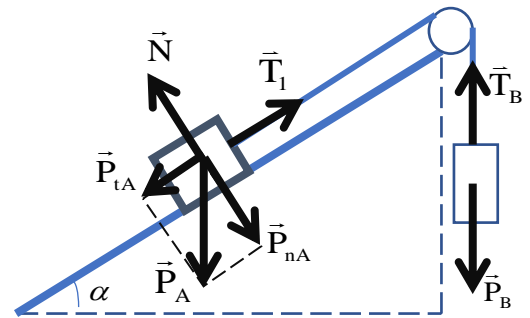
$$P_B = m_B g;$$

$$P_{tA} = P_A \sin \alpha = m_A g \sin \alpha$$

Nếu $m_B g > m_A g \sin \alpha$ nghĩa là $\frac{m_B}{m_A} > \sin \alpha$ thì gia tốc của hệ theo hướng \vec{P}_B và có độ lớn:

$$a = \frac{(m_B - m_A \sin \alpha) g}{m_A + m_B}$$

Nếu $\frac{m_B}{m_A} < \sin \alpha$ thì gia tốc của hệ theo hướng \vec{P}_{tA} và có độ lớn



$$a = \frac{(m_A \sin \alpha - m_B)g}{m_A + m_B}$$

Ta tính sức căng của dây:

Xét một điểm M (thực nghiệm chứng tỏ nếu khối lượng ròng rọc không đáng kể, sức căng của dây có độ lớn như nhau tại mọi điểm trên dây): muốn tính sức căng của dây tại M ta tưởng tượng dây bị đứt tại đó. Muốn cho dây căng đảm bảo cho hai vật A và B vẫn chuyển động với gia tốc a như cũ, ta phải tác dụng lên hai nhánh của dây ở M những sức căng \vec{T} và \vec{T}' (cùng độ lớn, ngược chiều nhau) xét riêng vật A: lực tác dụng lên A gồm \vec{P}_{tA} và \vec{T} .

Phương trình cơ bản của cơ học áp dụng đối với vật A cho

$$m_A \vec{a} = \vec{P}_{tA} + \vec{T}$$

Xét trường hợp \vec{a} hướng theo \vec{P}_{tA} khi đó

$$m_A a = P_{tA} - T = m_A g \sin \alpha - T$$

Suy ra: $T = m_A g \sin \alpha - m_A a$

Ta thay:

$$a = \frac{(m_A \sin \alpha - m_B)g}{m_A + m_B}$$

Vào biểu thức của T và được kết quả

$$T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} (1 + \sin \alpha) g$$

Kết quả này vẫn đúng khi \vec{a} hướng theo \vec{P}_B .

1.3. BẢO TOÀN VÀ BIẾN THIÊN NĂNG LƯỢNG TRONG CƠ HỌC

Trong quá trình chuyển động của chất điểm có một số đại lượng vật lý không thay đổi theo thời gian, gọi là các đại lượng bảo toàn. Các định luật bảo toàn được sử dụng như những công cụ mạnh, hiệu quả trong việc nghiên cứu về

chuyển động. Cho phép ta nghiên cứu những tính chất tổng quát của các chuyển động cơ học khác nhau, mà không cần xét đến những diễn biến chi tiết của quá trình chuyển động; ngay cả những trường hợp không xác định được tính chất của lực, hoặc khi biết được chính xác lực thì các định luật giúp ta giải quyết những bài toán về chuyển động một cách tối ưu, gọn đẹp so với việc sử dụng phương trình chuyển động trong động lực học.

Mặc dù, các định luật bảo toàn là hệ quả rút ra từ các định luật cơ bản của Newton, tuy nhiên chúng lại có một tính chất tổng quát hơn bởi vì định luật bảo toàn là chính xác ngay cả trong cơ học tương đối khi mà các định luật Newton trở nên bất lực. Không có một hiện tượng trong vũ trụ chúng ta lại không tuân theo các định luật này. Đó là một trong số những định luật cơ bản nhất, làm cơ sở cho nền vật lý hiện đại.

1.3.1 Biến thiên và bảo toàn động lượng

1.3.1.1 Đối với một chất điểm

Động lượng \vec{p} của một chất điểm có khối lượng m , chuyển động với vận tốc \vec{v} là một vector, được định nghĩa bằng tích số của m và \vec{v}

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad [1.3-1]$$

Để xét sự biến thiên của động lượng theo thời gian, ta lấy đạo hàm [1.3-1] theo biến t :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F} \quad [1.3-2]$$

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \quad [1.3-3]$$

Đại lượng $\vec{F}.dt$ gọi là *xung lượng* của lực \vec{F} tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian dt (cũng còn gọi là *xung lực*), $d\vec{p}$ là độ biến thiên động lượng trong khoảng thời gian dt .

Dạng [1.3-2] là dạng tổng quát của định luật II Newton. Mặc dù chúng ta suy ra [1.3-2] từ định luật II Newton, nhưng trong vật lý học hiện đại chứng tỏ rằng đó chính là phương trình chuyển động của chất điểm trong cơ học tương đối của Einstein, khi đó khối lượng m của vật không phải là một hằng số mà phụ thuộc vào vận tốc \vec{v} của vật theo công thức:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Trong đó m_0 là *khối lượng nghỉ* (khối lượng vận tốc $v=0$) của vật, c là vận tốc của ánh sáng trong chân không.

Trong trường hợp ngoại lực tác động lên chất điểm trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 , ta phải chia khoảng thời gian $(t_2 - t_1)$ thành những khoảng thời gian rất nhỏ dt , rồi cộng các xung lực trong những khoảng thời gian đó lại với nhau để tìm sự biến thiên của động lượng $(\vec{p}_2 - \vec{p}_1)$ của chất điểm trong khoảng thời gian $(t_2 - t_1)$, nghĩa là lấy tích phân hai vế công thức [1.3-3]:

$$\int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} F dt$$

$$\Delta p = \int_{t_1}^{t_2} F dt \quad [1.3-4]$$

Đại lượng $\int \vec{F} dt$ là xung lượng của lực \vec{F} (xung lực) tác dụng lên chất điểm trong thời gian từ t_1 đến t_2 .

Nếu \vec{F} không đổi trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 , [1.3-4] trở thành:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t \quad [1.3-5]$$

a) Định luật biến thiên động lượng của một chất điểm: Độ biến thiên của động lượng của chất điểm trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$ bằng xung lượng của ngoại lực tác dụng lên chất điểm trong thời gian đó.

Nếu biết vận tốc ban đầu của chất điểm (biết \vec{p}_1) và biết \vec{F} thì ta dễ dàng nhận được \vec{p}_2 từ [1.3-5] dù rằng trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$ vận tốc của chất điểm có thể biến thiên rất phức tạp dưới tác dụng của lực \vec{F} .

Nếu chất điểm không chịu tác dụng của ngoại lực (gọi là chất điểm cô lập) hoặc hợp lực tác dụng lên chất điểm bằng không, từ [1.3-2] ta suy ra:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{const}$$

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{const} \quad [1.3-6]$$

b) Định luật bảo toàn động lượng của chất điểm: Một chất điểm cô lập hoặc hợp lực tác dụng lên nó bằng không thì động lượng của nó được bảo toàn.

1.3.1.2 Đối với hệ chất điểm

Hệ chất điểm là tập hợp của các chất điểm trong tương tác nhau. Lực tương tác của các chất điểm trong cùng một hệ gọi là các nội lực; còn lực tương tác của các chất điểm trong hệ với các chất điểm nằm ngoài hệ gọi là các ngoại lực.

Sự phân chia giữa nội lực và ngoại lực chỉ có tính tương đối, tùy thuộc vào phạm vi của hệ mà ta đang xét. Chẳng hạn, nếu xem hệ gồm trái đất và mặt trăng thì lực hấp dẫn của Mặt trời đối với trái đất và mặt trăng là ngoại lực, nhưng nếu xét hệ mặt trời (gồm mặt trời và các hành tinh) thì các lực trên lại là nội lực.

Giả sử có một hệ gồm n chất điểm, ngoại lực đặt vào chất điểm là \vec{F}_E .

Xét chất điểm thứ i nào đó trong hệ, ta có phương trình của định luật II Newton đối với chất điểm này là:

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{E_i} = \frac{d\vec{p}_i}{dt}$$

Vậy đối với cả hệ:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{E_i} = \sum_{i=1}^n \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$$

Đặt
$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{E_i}; \vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$$

\vec{p} gọi là động lượng toàn phần của hệ, \vec{F} là tổng ngoại lực tác dụng lên hệ

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F} \quad [1.3-7]$$

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \quad [1.3-8]$$

a) Định luật biến thiên động lượng của một hệ chất điểm: Độ biến thiên động lượng toàn phần của một hệ chất điểm trong một khoảng thời gian dt bằng xung lượng của ngoại lực tác dụng lên hệ trong khoảng thời gian đó.

Khi hợp ngoại lực tác dụng lên hệ chất điểm bằng không thì:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{const}$$

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{const} \quad [1.3-9]$$

b) Định luật bảo toàn động lượng của chất điểm: Một hệ cô lập hoặc khi hợp ngoại lực tác dụng lên hệ bằng không thì động lượng toàn phần của hệ được bảo toàn.

► **Lưu ý:** \vec{p} là một véctơ nên khi nói rằng $\vec{p} = \text{const}$ thì điều đó có nghĩa \vec{p} không thay đổi cả về độ lớn và phương, chiều. Thực tế trên Trái đất không tồn tại một hệ cô lập nào vì rằng mọi vật đều chịu tác dụng của lực hút trái đất. Tuy động lượng toàn phần của mọi hệ chất điểm trên trái đất không bảo toàn, nhưng ta vẫn có sự bảo toàn riêng phần của véctơ động lượng của các hệ. Thật vậy, vì lực hút của trái đất luôn hướng theo phương thẳng đứng (ta chọn là phương Oz) do đó khi chiếu phương trình véctơ [1.3-9] lên ba trục tọa độ ta có:

$$\frac{d\vec{p}_x}{dt} = \vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{p}_x = \text{const}$$

$$\frac{d\vec{p}_y}{dt} = \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{p}_y = \text{const}$$

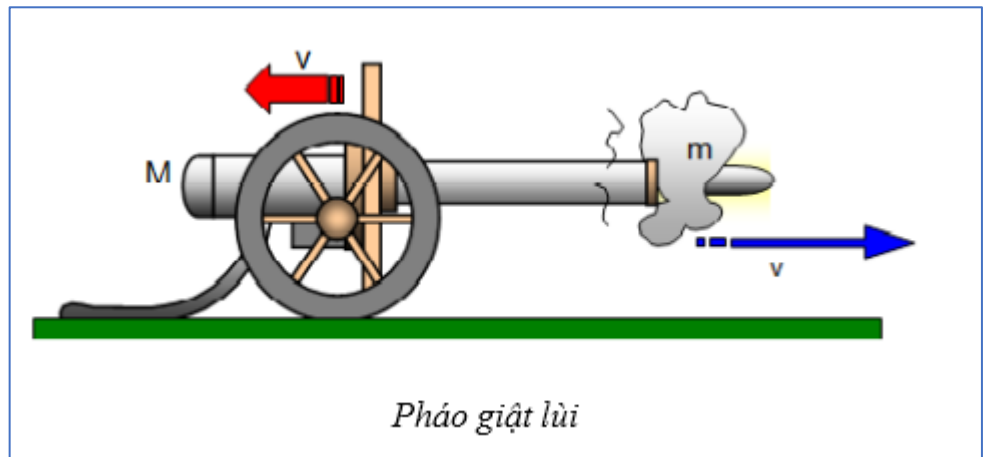
$$\frac{d\vec{p}_z}{dt} = \vec{F}_z = 0 \Rightarrow \vec{p}_z \neq \text{const}$$

Do đó, theo phương mặt phẳng nằm ngang thì các thành phần \vec{p}_x và \vec{p}_y của hệ là những đại lượng theo từng phương.

1.3.1.3 Bài toán định luật bảo toàn động lượng

a) Sự giật lùi của khẩu pháo

Đặt vấn đề: Một khẩu pháo nhả đạn theo phương nằm ngang. Khẩu pháo có khối lượng M , viên đạn có khối lượng m , vận tốc ra khỏi nòng



của viên đạn là \vec{v} . Vận tốc giật lùi \vec{V} của khẩu pháo?

Động lượng của hệ trước khi bắn bằng không vì cả khẩu pháo và viên đạn đều nằm yên. Vì theo phương nằm ngang động lượng của hệ bảo toàn:

$$M\vec{V} + m\vec{v} = 0$$

$$\vec{V} = -\frac{m}{M}\vec{v};$$

[1.3-10a]

Suy ra:

$$V = \frac{m}{M}v$$

Dấu trừ chứng tỏ \vec{V} ngược chiều \vec{v} , sau khi bắn khẩu pháo bị giật lùi về phía sau, vận tốc giật lùi \vec{V} càng nhỏ nếu khẩu pháo có khối lượng M càng lớn.

Thực ra nếu kể thêm khối lượng và vận tốc của khí thoát ra phía sau là m_1 và \vec{v}_1 thì động lượng toàn phần của hệ $M\vec{V} + m\vec{v} + m_1\vec{v}_1 = 0$. Chọn chiều dương là chiều giật lùi của pháo, ta được:

$$MV - mv + m_1v_1 = 0$$

Suy ra:
$$V = \frac{mv - m_1v_1}{M} \quad [1.3-10b]$$

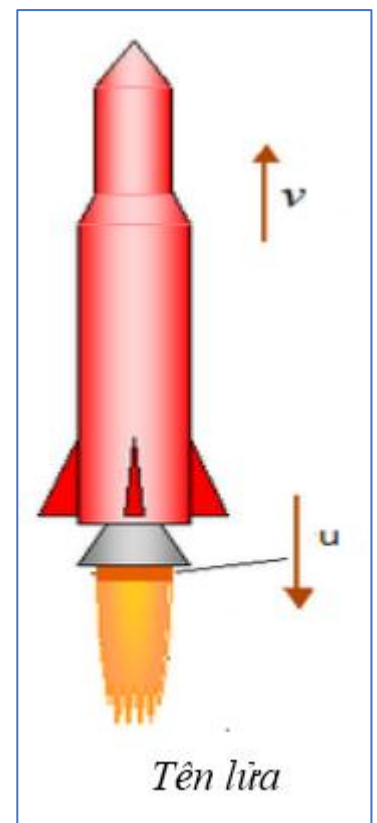
Điều này có nghĩa là ngoài việc tăng khối lượng của pháo, một giải pháp thứ hai để giảm vận tốc giật lùi của pháo là tăng vận tốc và lượng khí thoát ra phía sau.

Sự bảo toàn động lượng của hệ cũng chính là nguyên tắc chuyển động *phản lực* của tên lửa, của máy bay phản lực và của tàu vũ trụ.

b) Chuyển động của con tàu vũ trụ

Đặt vấn đề: Con tàu vũ trụ hay tên lửa khi chuyển động phụt một khối nguyên liệu đã cháy ra phía sau còn bản thân con tàu hay tên lửa chịu tác dụng của một phản lực hướng tới phía trước và do đó có vận tốc tăng dần trong khi khối lượng của chúng giảm dần. *Sự giảm khối lượng trong trường hợp này chi phối mạnh đến chuyển động của vật vì vậy trong mục này chúng ta sẽ nghiên cứu chuyển động của tên lửa.*

Ta giả sử chuyển động của tên lửa là một chuyển động tịnh tiến, vào thời điểm t thì tên lửa có vận tốc và khối lượng lần lượt là \vec{V} và m .



Áp dụng phương trình [1.3-2] cho trường hợp khối lượng thay đổi:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{V})}{dt}$$

Cụ thể là chuyển động của tên lửa khối lượng m (bao gồm cả khối lượng nhiên liệu mang theo) có vận tốc \vec{V} so với mặt đất. Ta có:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{dm}{dt} \vec{V}$$

dm/dt là độ giảm nhiên liệu (bị đốt cháy thoát ra) trong một giây của tên lửa và được gọi là lưu lượng khí thoát.

Đối với nhiên liệu thoát ra dm , gọi \vec{u} là vận tốc của dm đối với tên lửa (vận tốc tương đối), \vec{V} là vận tốc của tên lửa đối với đất (vận tốc kéo theo), \vec{v} là vận tốc của dm đối với đất (vận tốc tuyệt đối)

$$\vec{v} = \vec{V} + \vec{u}$$

$$\vec{V} = \vec{v} - \vec{u}$$

Vì \vec{V} và \vec{u} ngược chiều nhau, trừ khử nhau nên \vec{v} có giá trị bé. Do đó độ lớn của $|\vec{v}|$ chỉ bé cỡ $|d\vec{V}|$. Ta có:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt} + (\vec{v} - \vec{u}) \frac{dm}{dt} = m \frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt} - \vec{u} \frac{dm}{dt}$$

Vì $d\vec{V}$ và $d\vec{v}$ nhỏ, nên $d\vec{V}dm$ càng nhỏ và $\vec{v}dm \approx d\vec{V}dm$ nên ta có thể bỏ qua $\vec{v}dm$, vậy:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt} - \vec{u} \frac{dm}{dt}$$

Hay

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} + \vec{u} \frac{dm}{dt} \quad [1.3-11]$$

(Đây là phương trình mà Meshersky tìm năm 1897)

Trong phương trình [1.3-11], ngoài lực \vec{F} tác dụng còn có lực nữa là lực khí thoát ra

$$\vec{f} = \vec{u} \frac{dm}{dt}$$

Lực này có hình chiếu đại số dương, hướng lên (\vec{u} hướng xuống đất có hình chiếu âm, và $dm < 0$) phát sinh nhờ giảm khối lượng dm và tác dụng trong cả khoảng chân không vũ trụ. Nếu độ giảm khối $dm/dt = -200 \text{ kg/s}$. $u = 2000 \text{ m/s}$ thì lực đẩy cỡ $4 \cdot 10^5 \text{ N}$. Tên lửa cỡ lớn có sức đẩy hơn 10 lần như thế có thể đưa khối lượng mười mấy tấn vào không gian. Lưu lượng thoát khí trong 1 giây không đổi nên ta viết $dm/dt = -\mu$ hay $dm = -\mu dt$ (μ : hằng số dương)

$$\int_{m_0}^m dm = -\mu \int_0^t dt$$

Sau khi tích phân ta có: $m = m_0 - \mu t$. Trong đó m_0 là khối lượng của tên lửa lúc ban đầu. Bỏ qua sức cản không khí gần mặt đất và chỉ tính đến trọng lực: $\vec{F} = m\vec{g}$; ta có:

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{g} - \mu\vec{u}$$

Chiều phương trình này lên chiều dương (hướng lên)

$$dV = -gdt + \frac{\mu u dt}{m_0 - \mu t}$$

Với điều kiện ban đầu $t = 0$, $V_0 = 0$ tích phân biểu thức trên

$$\int_0^V dV = -g \int_0^t dt + \int_0^t \frac{\mu u dt}{m_0 - \mu t}$$

$$V(t) = -gt + u \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t} \quad [1.3-12]$$

Khi thoát khỏi trường trọng lực $g = 0$, ta có vận tốc tên lửa

$$V = u \ln \frac{m_0}{m} \quad [1.3-13]$$

(Đây là công thức Tsionkovski)

Ta thấy nếu muốn vận tốc V đạt giá trị lớn hơn 8 km/s ở độ cao 300 km để trở thành vệ tinh bay quanh Trái đất thì m_0 phải lớn. Như thế không có lợi bằng việc

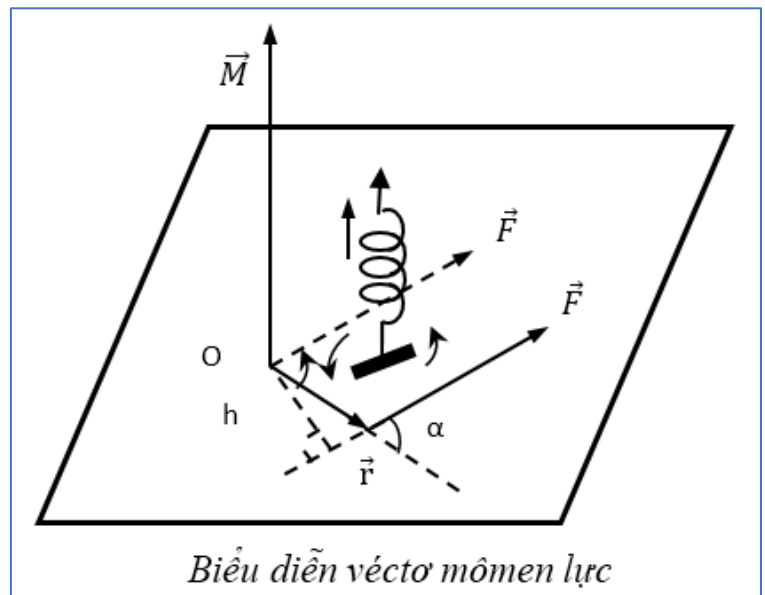
tăng vận tốc phụt khí \vec{u} của động cơ. Tuy nhiên nếu vận tốc quá lớn thì sức cản không khí càng lớn (tỷ lệ bình phương với vận tốc), do đó phải cân đối với m_0 và \vec{u} lớn vừa đủ để thắng sức cản lớp khí quyển.

1.3.2 Biến thiên và bảo toàn mômen động lượng

1.3.2.1 Mômen lực

Theo định nghĩa, *mômen của lực \vec{F} đối với một điểm O nào đó chọn trước là một vectơ gốc O , được xác định bởi tích hữu hướng của \vec{r} và \vec{F} :*

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad [1.3-14]$$



Trong đó \vec{r} là bán kính vectơ nối liền từ O đến điểm đặt của lực \vec{F} .

\vec{M} có:

+ Phương góc với mặt phẳng chứa \vec{r} và \vec{F} .

+ Chiều của \vec{M} được xác định bởi qui tắc vặn nút chai. (Để vặn nút chai vuông góc với mặt phẳng chứa \vec{r} và \vec{F} . Quay cái vặn nút chai sao cho nó quay từ \vec{r} tới \vec{F} thì chiều tiến của cái mũi vặn chính là chiều của vectơ \vec{M}).

+ Độ lớn của \vec{M} được xác định bởi: $M = rF\sin\alpha$

Trong đó α là góc hợp bởi hai vectơ \vec{r} và \vec{F} . Ta có, h là hình chiếu của \vec{r} lên phương vuông góc với lực \vec{F} và $h = r\sin\alpha$.

Vậy: $M = Fh$

1.3.2.2 Mômen động lượng của chất điểm

Tương tự như mômen của lực, mômen của động lượng \vec{p} đối với điểm O nào đó cho trước là một véctơ gốc O được xác định bởi tích hữu hướng của \vec{r} và \vec{p} :

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad [1.3-15]$$

Trong đó: \vec{r} là bán kính véctơ nối từ O đến vị trí chất điểm, \vec{p} là động lượng của chất điểm.

1.3.2.3 Biến thiên và bảo toàn mômen động lượng của chất điểm

Xét sự biến thiên theo thời gian của mômen động lượng chất điểm. Đạo hàm [1.3-15] theo t ta có:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p}\right) + \left(\vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}\right)$$

Thay $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ và $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ vào biểu thức trên ta có:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = (\vec{v} \times \vec{p}) + (\vec{r} \times \vec{F}) = \vec{M}$$

Vì $(\vec{v} \times \vec{p}) = (\vec{v} \times m\vec{v}) = m(\vec{v} \times \vec{v}) = 0$ và $(\vec{r} \times \vec{F}) = \vec{M}$

Tóm lại: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad [1.3-16]$

$$d\vec{L} = \vec{M} dt \quad [1.3-17]$$

$\vec{M} dt$ được gọi là xung lượng của mômen lực \vec{M} tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian dt.

a) Định luật biến thiên mômen động lượng của một chất điểm: Độ biến thiên của mômen động lượng của chất điểm trong khoảng thời gian dt bằng xung lượng của mômen ngoại lực tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian đó.

Khi hợp Mômen ngoại lực tác dụng lên hệ chất điểm bằng không thì:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{const}$$

$$\vec{M} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{const} \quad [1.3-18]$$

b) Bảo toàn mômen động lượng của một chất điểm: Một chất điểm cô lập hoặc mômen ngoại lực tác dụng lên nó bằng không thì mômen động lượng của nó được bảo toàn.

1.3.2.4 Mômen động lượng của một hệ chất điểm

Cho một hệ gồm n chất điểm tương tác nhau và hệ còn chịu tác dụng bởi ngoại lực.

Xét chất điểm thứ i nào đó trong hệ, theo công thức [1.3-16], ta có:

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_i = (\vec{r}_i \times \vec{F}_i) \quad [1.3-19]$$

Tổng các ngoại lực tác dụng lên n chất điểm này là: $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$. chất điểm thứ i

chịu tác dụng của ngoại lực tổng hợp \vec{F}_{Ei} của các ngoại lực tác dụng lên nó.

Vậy
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n (\vec{r}_i \times \vec{F}_{Ei}) = \vec{M}$$

\vec{M} là mômen tổng hợp của các ngoại lực.

$$\vec{M} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{const} \quad [1.3-20]$$

a) Định luật biến thiên mômen động lượng của một hệ chất điểm: Độ biến thiên của mômen động lượng của hệ chất điểm trong khoảng thời gian dt bằng xung lượng của tổng mômen ngoại lực tác dụng lên hệ chất điểm trong khoảng thời gian đó.

b) Định luật bảo toàn mômen động lượng cho hệ chất điểm: Mômen động lượng của một hệ nhiều chất điểm được bảo toàn khi mômen tổng hợp của các ngoại lực bằng không.

1.3.3 Bảo toàn cơ năng

1.3.3.1 Công cơ học

Công là đại lượng đặc trưng cho phần năng lượng chuyển đổi từ dạng năng lượng này sang dạng năng lượng khác, nói cách khác công là phần năng lượng trao đổi giữa các vật.

Giả sử dưới tác dụng của ngoại lực \vec{F} chất điểm m dịch chuyển được một đoạn đường vi phân $d\vec{s}$. Người ta định nghĩa công vi phân δA mà lực \vec{F} thực hiện được trên một đoạn đường $d\vec{s}$ là tích vô hướng của hai vectơ:

$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad [1.3-21]$$

Hay
$$\delta A = F ds \cos \alpha = F_s ds$$

Trong đó $F_s = F \cos \alpha$ là hình chiếu của lực theo phương di chuyển. Nếu:

+ $\alpha < \pi/2$ thì $\delta A > 0$: công tác động

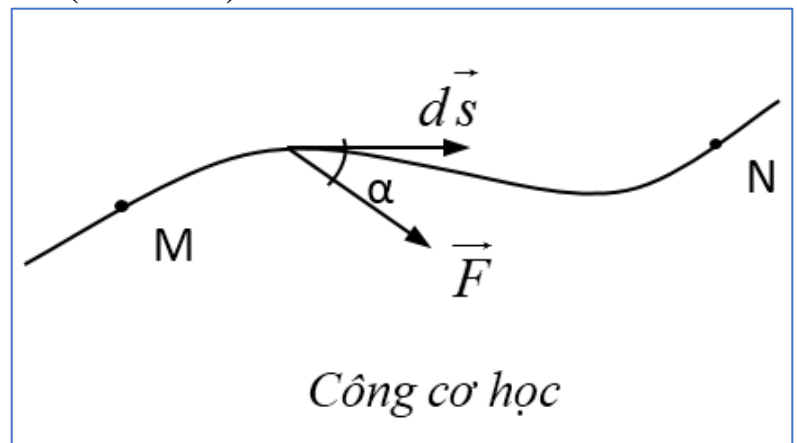
+ $\alpha = \pi/2$ thì $\delta A = 0$: lực tác dụng vuông góc với chuyển động không sinh công.

+ $\alpha > \pi/2$ thì $\delta A < 0$: công cản

Đơn vị đo lường của công là 1 Joule (1J=1Nm).

Bây giờ ta tìm cách biểu diễn công mà lực \vec{F} thực hiện khi làm dịch chuyển chất điểm từ M đến điểm N trên quỹ đạo.

Lấy tích phân [1.3-21] ta có:



$$A_{MN} = \int_M^N \delta A = \int_M^N \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad [1.3-22]$$

1.3.3.2 Động năng. Định lý động năng

a) Động năng

Động năng của một chất điểm khối lượng m có vận tốc \vec{v} là đại lượng vô hướng, và được xác định như sau:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad [1.3-23]$$

Đối với hệ có n chất điểm, gọi $K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$ là động năng của chất điểm thứ i trong hệ. Vậy động năng của hệ là:

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2 \quad [1.3-24]$$

Động năng là một lượng tức thời, có đơn vị như đơn vị của công.

b) Định lý động năng

Xét một chất điểm có khối lượng m , dưới tác dụng của hợp ngoại lực \vec{F} thì nó sẽ chuyển động với vận tốc \vec{v} gia tốc \vec{a} . Theo định luật II Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Giả sử dưới tác dụng của lực \vec{F} chất điểm di chuyển từ vị trí 1 có vận tốc \vec{v}_1 (tại thời điểm t_1) đến vị trí 2 có vận tốc \vec{v}_2 (tại thời điểm t_2). Ta hãy tìm công thức của lực \vec{F} trong sự di chuyển này.

Gọi $d\vec{s}$ là vectơ dịch chuyển của chất điểm m trong khoảng thời gian dt , vậy công của lực \vec{F} trong dt là:

$$\delta A = \vec{F} d\vec{s} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{s} = m \frac{d\vec{s}}{dt} d\vec{v}$$

$$\delta A = m\vec{v}d\vec{v}$$

Suy ra công thức của lực \vec{F} khi chất điểm m di chuyển từ vị trí 1 có vận tốc \vec{v}_1 đến vị trí 2 có vận tốc \vec{v}_2 là:

$$A_{12} = \int_1^2 \delta A = \int_{v_1}^{v_2} m\vec{v}d\vec{v} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$A_{12} = K_2 - K_1 \quad [1.3-25]$$

► **Định lý động năng:** *Độ biến thiên của động năng trong một khoảng thời gian bằng tổng công của tất cả các ngoại lực đặt vào hệ thực hiện được trong khoảng thời gian đó.*

1.3.3.3 Các lực bảo toàn và phi bảo toàn

Quá trình chuyển đổi qua lại giữa thế năng và động năng nếu bỏ qua tác dụng của ma sát là một quá trình chuyển đổi theo hai chiều (*hay quá trình chuyển đổi thuận nghịch*), đồng thời trong quá trình chuyển đổi đó thì cơ năng của vật luôn không đổi. Trong quá trình này vật chịu tác dụng của các lực mà nó có khả năng tạo cơ hội cho sự chuyển đổi qua lại giữa động năng và thế năng của vật. Các lực có tính chất như vậy gọi là ***các lực bảo toàn*** \vec{F}_{BT} . Ví dụ như: Lực đàn hồi, lực hấp dẫn, trọng lực, lực tĩnh điện...

Lưu ý rằng không phải các lực đều là các lực bảo toàn, xét trường hợp của lực ma sát, khi ta đẩy một vật chuyển động lên cao theo một mặt phẳng nghiêng và khi vật trượt xuống đến vị trí ban đầu thì vận tốc của nó nhỏ hơn vận tốc ban đầu mà ta đã cung cấp cho vật: động năng của vật đã bị tiêu tán một phần do công cản của lực ma sát.

Một lực không có tính chất bảo toàn được gọi là ***lực phi bảo toàn*** \vec{F}_{PBT} , ví dụ lực kéo của máy cày, của ngựa... Một lực không bảo toàn không thể được biểu diễn bởi một hàm thế năng. Một số lực không bảo toàn như lực ma sát, lực nhớt của chất lưu làm tiêu tán một phần cơ năng của vật hay ta nói rằng làm tiêu tốn cơ năng, do đó các lực này còn được gọi là lực tiêu tán.

1.3.3.4 Trường lực thế. Thế năng trong trường lực thế

a) Trường lực thế

Một lực được gọi là lực thế (*hay lực bảo toàn*) nếu công do nó thực hiện trong sự chuyển dời một chất điểm chỉ phụ thuộc vào vị trí đầu và vị trí cuối của dịch chuyển mà không phụ thuộc vào dạng quỹ đạo giữa hai điểm này.

Công toàn phần của một lực thế tác dụng lên chất điểm sẽ bằng không khi chất điểm di chuyển trên quỹ đạo kín.

$$\oint_{(C)} \vec{F} d\vec{s} = 0$$

Lực hấp dẫn, lực phục hồi của lò xo, ... là những ví dụ về lực thế (lực bảo toàn).

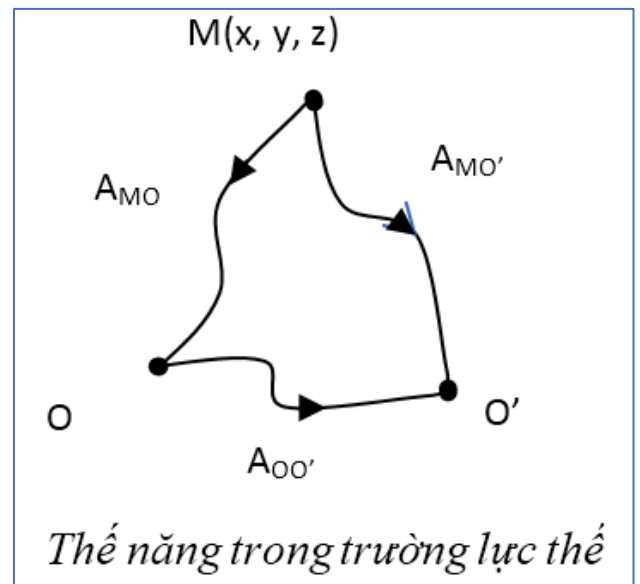
b) Thế năng và định lý thế năng trong trường lực thế

Trong một trường thế, ta chọn một điểm O có tọa độ (x_0, y_0, z_0) làm gốc để tính thế năng (*thế năng tại O bằng không*). Ta hãy tính công A_{MO} của lực thế khi làm dịch chuyển chất điểm từ vị trí M có tọa độ (x, y, z) đến vị trí O.

Ta biết rằng công A_{MO} của lực thế chỉ là hàm của tọa độ (x_0, y_0, z_0) và (x, y, z) :

$$A_{MO} = \int_M^O \vec{F} d\vec{s} = U(x, y, z) - U(x_0, y_0, z_0)$$

Trong đó ta ký hiệu U là một hàm nào đó của tọa độ của điểm quan sát M. Và $U(x_0, y_0, z_0) = 0$, vậy:



$$U(x, y, z) = A_{MO} = \int_M^O \vec{F} d\vec{s} \quad [1.3-26]$$

U được gọi là **hàm thế năng** (gọi tắt là *thế năng*) của chất điểm tại vị trí M trong trường thế.

c) Định nghĩa thế năng: Thế năng tại điểm $M(x, y, z)$ trong trường lực thế là công lực thế làm dịch chuyển chất điểm từ vị trí M đến điểm gốc của thế năng.

Việc chọn điểm gốc để tính thế năng là hoàn toàn tùy ý. Thật vậy, nếu ta chọn một điểm O' khác làm gốc thì theo [1.3-26], thế năng tại điểm $M(x, y, z)$ đối với gốc O' là:

$$U'(x, y, z) = A_{MO'} = A_{MO} + A_{OO'} = U(x, y, z) + A_{OO'}$$

Biểu thức trên chứng tỏ thế năng tại điểm M lấy đối với gốc O' là $U'(x,y,z)$ chỉ khác với thế năng tại điểm đó nhưng lấy đối với gốc O là $U(x,y,z)$ một hằng số là $A_{OO'} = C$, không phụ thuộc vào chất điểm. Vì vậy người ta nói rằng *hàm thế năng được xác định sai kém một hằng số.*

$$U'(x,y,z) = U(x,y,z) + C$$

C được xác định bởi gốc thế năng.

Vậy, thế năng xác định không đơn trị mà sai kém nhau một hằng số C .

$$U'(M) - U'(N) = [U(M) + C] - [U(N) + C] = U(M) - U(N)$$

► **Lưu ý:** Vì gốc thế năng có thể chọn tùy ý nên tùy theo từng trường hợp cụ thể ta có thể chọn gốc thế năng sao cho thuận tiện nhất khi tính toán.

► **Định lý về thế năng:** Công làm dịch chuyển chất điểm giữa hai điểm của trường thế bằng hiệu của thế năng giữa điểm đầu và cuối của quá trình chuyển động.

Ta hãy tính công làm dịch chuyển chất điểm từ M đến N là hai điểm khác nhau trong trường thế. Vì công thực hiện trong trường thế chỉ phụ thuộc vào điểm đầu và cuối mà không phụ thuộc vào dạng đường đi, nên:

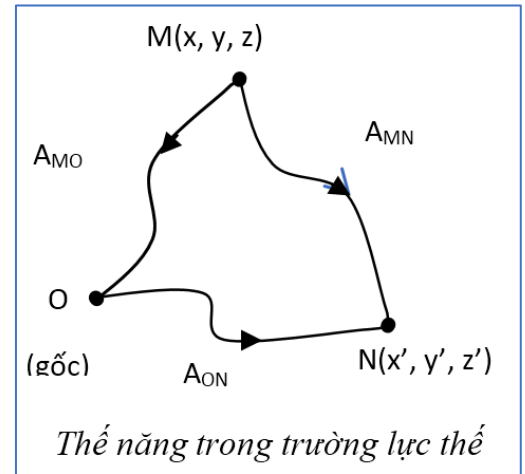
$$\begin{aligned} A_{MN} &= A_{MO} + A_{ON} \\ &= U_M + A_{ON} \end{aligned}$$

Mà: $A_{ON} = -A_{NO} = -U_N$

Nên: $A^*_{MN} = U_M - U_N$ [1.3-27]

(định lý về thế năng)

Ký hiệu A^* để chỉ công của lực trường thế.



c) Quan hệ giữa thế năng và lực thế

Theo [1.3-27], ta có:

$$A_{MN}^* = \int_M^N \vec{F} d\vec{s} = U_M - U_N$$

Mà

$$\begin{cases} \int_M^N dU = U_N - U_M \rightarrow \vec{F} d\vec{s} = -dU \\ d\vec{s} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} \\ \vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k} \end{cases} \Rightarrow \vec{F} d\vec{s} = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

Mặt khác:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz$$

Suy ra:

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}; F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}; F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

(Đạo hàm thế năng theo phương nào xác định thành phần lực theo phương đó)

Trong giải tích véctơ người ta định nghĩa toán tử ∇ như sau: ∇ là một vec tơ có ba thành phần $\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z}$:

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} : \text{gradient} = \text{grad} = \text{nabla} = \text{del}$$

$$\nabla U = (\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}) U$$

$$= \vec{i} \frac{\partial U}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial U}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial U}{\partial z} = -(\vec{i} F_x + \vec{j} F_y + \vec{k} F_z) = -\vec{F}$$

Tóm lại:
$$\vec{F} = -\nabla U \quad [1.3-28]$$

(\vec{F} bằng và trái dấu với gradient của thế năng U)

1.3.3.5 Định luật biến thiên và bảo toàn cơ năng

Giả sử chất điểm chuyển động dưới tác dụng của lực bảo toàn \vec{F}_{BT} và lực phi bảo toàn \vec{F}_{PBT}

$$\vec{F} = \vec{F}_{BT} + \vec{F}_{PBT} \quad [3-29]$$

Theo định lý động năng (dạng vi phân): $dK = \delta A$

$$dK = \vec{F} d\vec{s} = \vec{F}_{BT} d\vec{s} + \vec{F}_{PBT} d\vec{s}$$

Theo định lý thế năng: $\vec{F}_{BT} d\vec{s} = \delta A_{BT} = -dU$

Do đó: $dK = -dU + \vec{F}_{PBT} d\vec{s}$

$$dK + dU = d(K + U) = dE = \vec{F}_{PBT} d\vec{s}$$

Sau khi lấy tích phân $dE = \vec{F}_{PBT} d\vec{s}$, ta có:

$$E_2 - E_1 = A_{PBT} \quad [1.3-30]$$

a) Định luật biến thiên cơ năng: *độ biến thiên cơ năng của một chất điểm bằng công của lực phi bảo toàn.*

Khi lực phi bảo toàn $\vec{F}_{PBT} = 0$, thì ta có:

$$A_{PBT} = 0, \text{ và } E_2 = E_1$$

b) Định luật bảo toàn cơ năng: *Vậy trong trường hợp không có lực phi bảo toàn, thế năng và động năng chất điểm sẽ biến đổi qua lại sao cho tổng thế năng và động năng là hằng.*

$$U + K = \text{const} \quad [1.3-31]$$

Xét trường hợp hệ gồm n chất điểm. Giả sử các chất điểm trong hệ tương tác với nhau bằng lực trường thế, với A_E là công của ngoại lực phi bảo toàn tác dụng lên hệ:

$$E_2 - E_1 = A_E \quad [1.3-32]$$

Như vậy:

- *Độ biến thiên cơ năng của hệ bằng công của ngoại lực phi bảo toàn tác dụng lên hệ.*

- Khi $A_E = 0$ thì $E = \text{const}$, cơ năng của hệ được bảo toàn.

1.3.4 Trường hấp dẫn

1.3.4.1 Lực hấp dẫn

Lực hấp dẫn giữa hai chất điểm có khối lượng m_1, m_2 đặt cách nhau một khoảng r có độ lớn:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad [1.3-33]$$

G là hằng số hấp dẫn: $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

1.3.4.2 Trường hấp dẫn của trái đất

Lực hấp dẫn giữa hai khối lượng là một lực tương tác từ xa, có nghĩa là hai vật tương tác không tiếp xúc. Để giải thích cho lực hấp dẫn, người ta cho rằng xung quanh một vật có khối lượng, tồn tại một trường hấp dẫn. Biểu hiện cụ thể của trường hấp dẫn là: bất kỳ vật nào có khối lượng đặt tại một vị trí trong không gian của trường hấp dẫn đều chịu tác dụng của lực hấp dẫn.

Trong giáo trình Vật lý 1 này, chúng ta chỉ tìm hiểu về trường hấp dẫn của trái đất (trọng trường). Khi một chất điểm khối lượng m nằm trong trọng trường, nó sẽ chịu tác dụng của một lực hấp dẫn:

$$\vec{F} = -G \frac{Mm \vec{r}}{r^2} \quad [1.3-34]$$

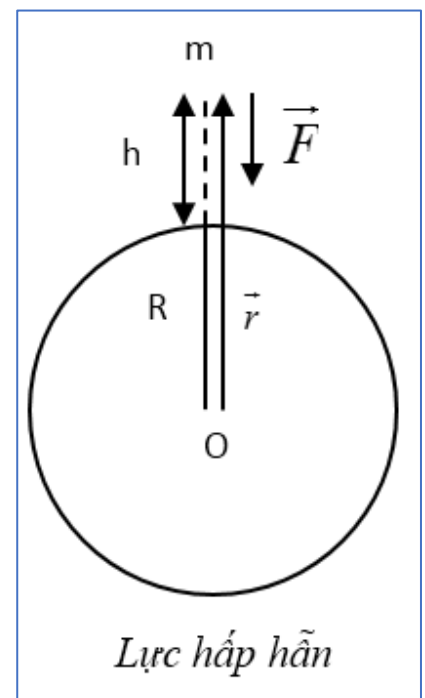
Trong đó: M : khối lượng của Trái đất

$$r = R + h$$

R : bán kính Trái đất

H : khoảng cách từ mặt đất tới vị trí đặt chất điểm m

\vec{r} là vectơ vị trí của chất điểm đối với tâm Trái đất



1.3.4.3 Thế năng trong trường hấp dẫn

Giả sử lực hấp dẫn tác dụng lên chất điểm làm cho nó chuyển dời từ M đến N.

Công trên một chuyển dời đẽ được tính:

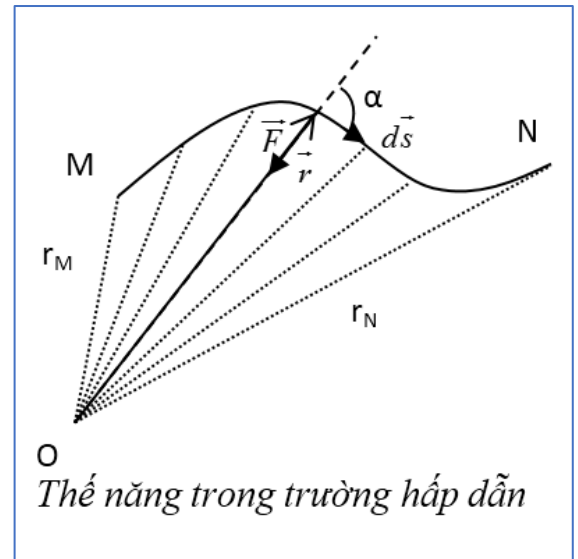
$$\delta A = \vec{F} d\vec{s} = -G \frac{Mm}{r^3} r d\vec{s}$$

Ta thấy:

$$r d\vec{s} = r ds \cos \alpha = r dr$$

Vậy công toàn phần thực hiện bởi \vec{F} sẽ là:

$$A = \int_{r_M}^{r_N} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$



Công do lực hấp dẫn thực hiện chỉ phụ thuộc vào vị trí đầu và vị trí cuối. Do đó, lực hấp dẫn là lực thế. Với lực thế, ta có độ biến thiên của thế năng được viết như sau:

$$-dU = \delta A = \vec{F} d\vec{s} = -G \frac{Mm}{r^2} dr$$

$$U_M - U_N = - \int_{r_M}^{r_N} G \frac{Mm}{r^2} dr = \left(-G \frac{Mm}{r_M} \right) - \left(-G \frac{Mm}{r_N} \right) \quad [1.3-35]$$

Từ phương trình [1.3-35], thế năng của chất điểm có thể được viết:

$$U(r) = -G \frac{Mm}{r} + \text{Const} \quad [1.3-36]$$

► Tìm hằng số C

a) Nếu ta qui ước thế năng của chất điểm ở vô cùng bằng không

$U_\infty = 0$ thì:

$$U(\infty) = -G \frac{Mm}{\infty} + C = 0 \Rightarrow C = 0$$

Với sự lựa chọn trên, $U(r)$ luôn luôn âm và đại lượng cực đại $U(r) = 0$ khi chất điểm ở xa Trái đất vô cùng, công thức thế năng trở thành:

$$U(r) = -G \frac{Mm}{r} \quad [1.3-37]$$

b) Nếu qui ước thế năng trên mặt đất bằng không

$U_R = 0$ thì:

$$U(R) = -G \frac{Mm}{R} + C = 0 \Rightarrow C = G \frac{Mm}{R}$$

Công thức thế năng lúc này là:

$$U(r) = -G \frac{Mm}{r} + G \frac{Mm}{R} = -G \frac{Mm}{R+h} + G \frac{Mm}{R}$$

$$U(r) = -GMm \left(\frac{1}{R+h} + \frac{1}{R} \right) = G \frac{Mmh}{R(R+h)}$$

Nếu $h \ll R$: $U(r) = U(h) \approx G \frac{Mmh}{r^2}$

Tính gần đúng $g = G \frac{M}{r^2}$ là gia tốc trọng trường, nên thế năng của vật thể ở gần mặt đất là:

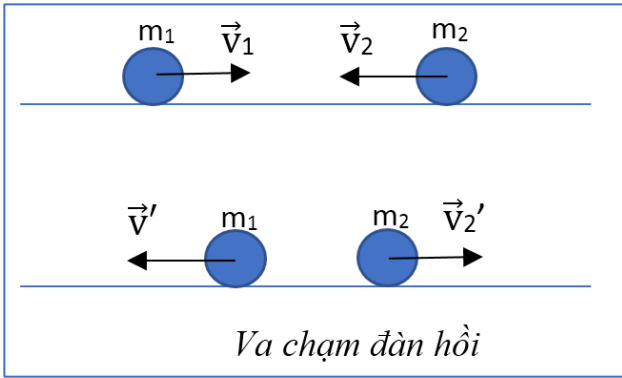
$$U(r) = mgh \quad [1.3-38]$$

1.3.5 Va chạm giữa hai vật

Trong vật lý, va chạm chỉ quá trình tương tác giữa các vật, với ý nghĩa một sự tương tác có tiếp xúc giữa các vật trong một thời gian rất ngắn. Kết quả tương tác có thể là những hiện tượng rất khác nhau; trong giáo trình Vật lý 1 này, chúng ta sẽ xét hai loại va chạm phổ biến là va chạm đàn hồi và không đàn hồi.

1.3.5.1 Va chạm đàn hồi

Va chạm đàn hồi là va chạm mà sau va chạm các vật không bị biến dạng và chuyển động độc lập với nhau.



Xét hai quả cầu chuyển động có khối lượng lần lượt là m_1 và m_2 trên mặt phẳng ngang với vận tốc \vec{v}_1 và \vec{v}_2 theo hướng trùng với đường nối tâm của chúng (chuyển động xuyên tâm). Biết $m_1, m_2, \vec{v}_1, \vec{v}_2$. Tính \vec{v}_1', \vec{v}_2' .

Vì va chạm đàn hồi nên động lượng và cơ năng được bảo toàn (hai quả cầu chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang nên thế năng không đổi, vậy bảo toàn cơ năng có nghĩa là bảo toàn động năng):

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' \\ \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 = \frac{m_1}{2} v_1'^2 + \frac{m_2}{2} v_2'^2 \end{cases} \quad [1.3-39]$$

$$\begin{cases} m_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}_1') = m_2 (\vec{v}_2' - \vec{v}_2) \\ m_1 v_1^2 - m_1 v_1'^2 = m_2 v_2'^2 - m_2 v_2^2 \end{cases} \quad [1.3-40]$$

$$\begin{cases} m_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}_1') = m_2 (\vec{v}_2' - \vec{v}_2) \\ m_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}_1')(\vec{v}_1 + \vec{v}_1') = m_2 (\vec{v}_2' - \vec{v}_2)(\vec{v}_2' + \vec{v}_2) \end{cases} \quad [1.3-41]$$

Từ hệ [1.3-41], suy ra: $\vec{v}_1 + \vec{v}_1' = \vec{v}_2' + \vec{v}_2$

Nhân m_2 vào, ta được: $m_2 \vec{v}_2' = m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2$

Thay vào định luật bảo toàn động lượng, ta được:

$$(m_2 - m_1) \vec{v}_1 + (m_1 + m_2) \vec{v}_1' = 2m_2 \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_1' = \frac{(m_1 - m_2) \vec{v}_1 + 2m_2 \vec{v}_2}{(m_1 + m_2)} \quad [1.3-42]$$

$$\vec{v}_2' = \frac{(m_2 - m_1) \vec{v}_2 + 2m_1 \vec{v}_1}{(m_1 + m_2)} \quad [1.3-43]$$

Lưu ý: Công thức trên phải chú ý chiều véctơ khi chiếu.

► Các trường hợp riêng:

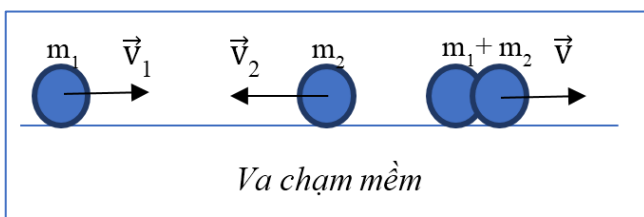
$$\vec{v}_2 = 0, \vec{v}_1 \neq 0: \vec{v}_1' = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} \vec{v}_1; \vec{v}_2' = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} \vec{v}_1$$

$$\vec{v}_2 = 0, m_1 = m_2 = m: \Rightarrow \vec{v}_1' = 0; \vec{v}_2' = \vec{v}_1$$

$$\vec{v}_2 = 0, m_2 \gg m_1 \Rightarrow \vec{v}_1' = -\vec{v}_1; \vec{v}_2' \approx 0$$

1.3.5.2 Va chạm không đàn hồi

Va chạm không đàn hồi (hay va chạm mềm) là va chạm mà sau va chạm hai vật dính lại với nhau thành một vật.



Trong va chạm này một phần cơ năng biến thành nhiệt năng tỏa ra hay biến thành công làm vật bị biến dạng. Cơ

năng không bảo toàn, chỉ bảo toàn động lượng toàn phần và bảo toàn năng lượng toàn phần (cơ năng và nội năng). Cho $m_1, m_2, \vec{v}_1, \vec{v}_2$. tính \vec{v} và nhiệt lượng tỏa ra Q .

Theo định luật bảo toàn động lượng

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{(m_1 + m_2)} \quad [1.3-44]$$

Động năng trước va chạm:

$$K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Động năng sau va chạm:

$$K' = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2$$

Theo định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng:

$$K = K' + Q$$

$$Q = K - K'$$

$$Q = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \quad [1.3-45]$$

Ta được năng lượng tiêu hao sau va chạm

$$Q = \frac{m_1m_2}{2(m_1 + m_2)}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2 \quad [1.3-46]$$

Với $M = \frac{m_1m_2}{2(m_1 + m_2)}$: khối lượng rút gọn, ta có:

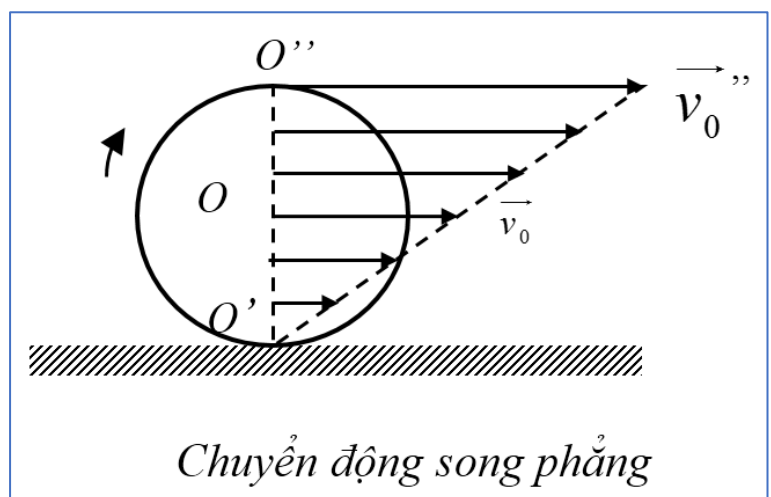
$$Q = \frac{1}{2}M\Delta v^2$$

Vậy năng lượng tiêu hao giống động năng của khối lượng rút gọn chuyển động với vận tốc bằng vận tốc tương đối giữa hai vật.

1.4. CƠ HỌC VẬT RẮN

Vật rắn là một hệ chất điểm, mà khoảng cách giữa các chất điểm luôn giữ không đổi trong quá trình chuyển động. Có thể áp dụng các quy luật chuyển động của hệ chất điểm vào chuyển động của vật rắn.

Một chuyển động bất kỳ của vật rắn có thể biểu diễn như tổng hợp hai dạng chuyển động cơ bản là chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay. Ta hãy chứng tỏ điều này đối với chuyển động song phẳng, chuyển động trong đó mỗi

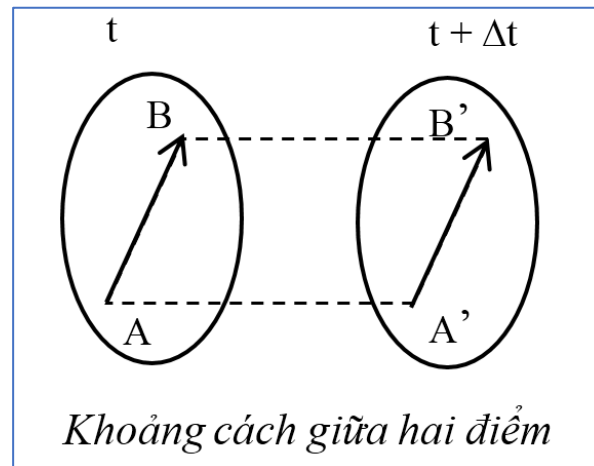


điểm của vật rắn được dịch chuyển trong một mặt phẳng song song với một mặt phẳng cố định. Có thể dùng sự lăn của hình trụ theo mặt phẳng làm ví dụ cho chuyển động song phẳng.

1.4.1 Các dạng chuyển động của vật rắn

1.4.1.1 Chuyển động tịnh tiến

a) Định nghĩa: Chuyển động tịnh tiến là chuyển động trong đó đoạn thẳng nối hai điểm bất kỳ của vật rắn luôn song song với chính nó.



b) Đặc điểm: Khi vật rắn chuyển động tịnh tiến, mọi chất điểm của vật rắn có cùng vector vận tốc và vector gia tốc.

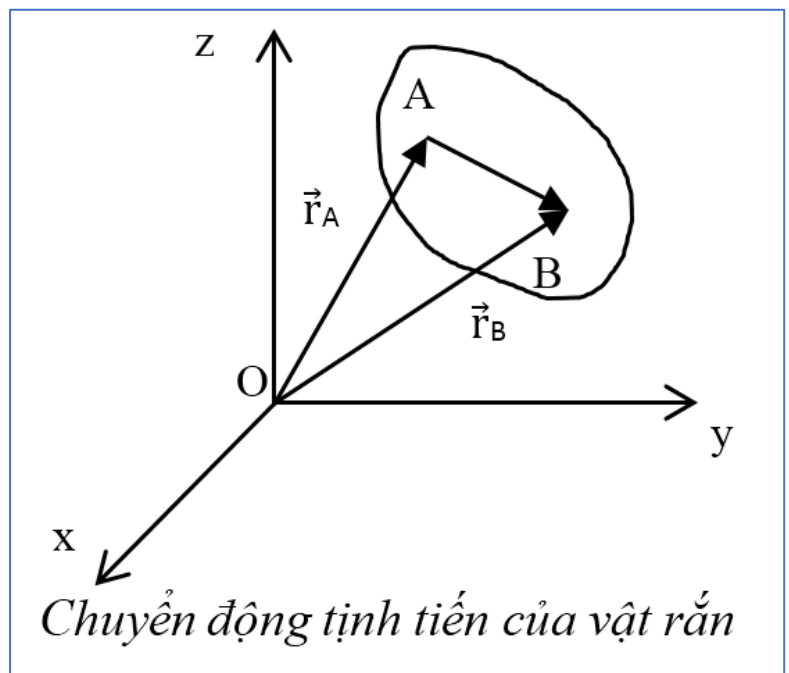
Thật vậy, cho một vật rắn chuyển động trong hệ qui chiếu quán tính Oxyz.

Xét hai điểm A, B trên vật rắn:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \overline{AB}$$

Lấy đạo hàm hai vế biểu thức trên:

$$\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d(\overline{AB})}{dt}$$



Vì \overline{AB} luôn luôn song song với chính nó nên $\frac{d(\overline{AB})}{dt} = 0$

Vậy $\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} \rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_A$

Vì A, B là hai điểm bất kỳ nên ta có thể suy ra:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A = \vec{v}_C = \dots \quad [1.4-1]$$

Nghĩa là mọi điểm trên vật rắn đều có cùng vector vận tốc

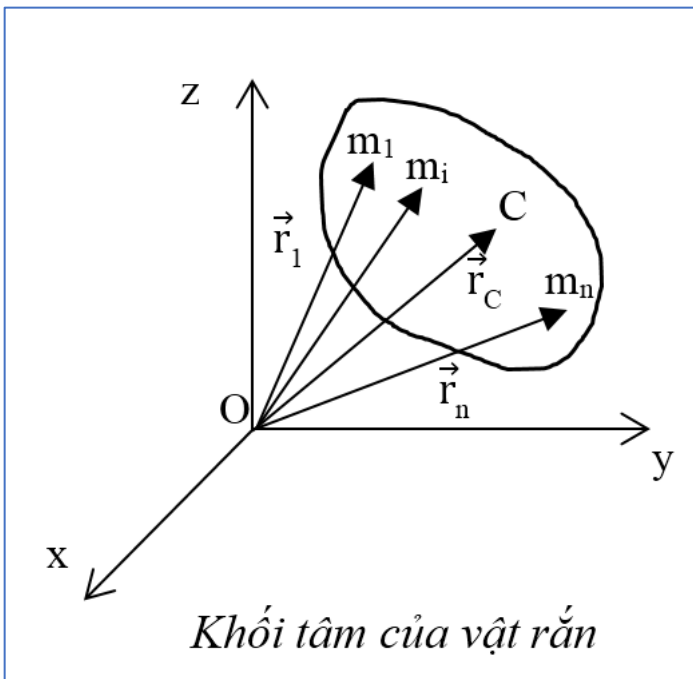
Đạo hàm [1.4-1]: $\frac{d\vec{v}_B}{dt} = \frac{d\vec{v}_A}{dt} = \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \dots$

Dẫn đến: $\vec{a}_B = \vec{a}_A = \vec{a}_C = \dots$ [1.4-2]

Nghĩa là mọi điểm trên vật rắn đều có cùng vectơ gia tốc

1.4.1.2 Khối tâm của vật rắn

a) Định nghĩa khối tâm: Xem vật rắn như một hệ gồm n chất điểm. C được gọi là khối tâm của vật rắn nếu vị trí của C thỏa công thức:



$$\vec{OC} = \vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$\vec{r}_C = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \quad [1.4-3]$$

Trong đó:

- m_i và \vec{r}_i lần lượt là khối lượng và véc tơ vị trí của chất điểm thứ i.
- $m = \sum_{i=1}^n m_i$ là khối lượng của vật rắn.

Nếu khối lượng của vật rắn là một phân bố liên tục thì [1.4-3] trở thành:

$$\vec{r}_C = \frac{1}{m} \int_m \vec{r} dm \quad [1.4-4]$$

$$x_C = \frac{1}{m} \int_m x dm ; y_C = \frac{1}{m} \int_m y dm ; z_C = \frac{1}{m} \int_m z dm$$

Nếu chọn gốc tọa độ trùng với khối tâm C thì $\vec{r}_C = 0$ và từ (4-3) ta suy ra:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i = 0 \quad [1.4-5a]$$

Hoặc: $\int_m \vec{r} dm = 0 \quad [1.4-5b]$

Trong đó \vec{r}_i là bán kính vectơ nối liền khối tâm với chất điểm m_i

b) Đặc điểm của khối tâm:

► Vận tốc của khối tâm

$$\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$$

Mà $\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \vec{P}$ là động lượng của vật rắn, nên ta có thể viết:

$$\vec{P} = m\vec{v}_C \quad [1.4-6]$$

Vậy động lượng của vật rắn bằng tích số của khối lượng vật rắn và vận tốc của khối tâm vật rắn đó.

► Gia tốc của khối tâm

$$\vec{a}_C = \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

với $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ là lực tổng hợp tác dụng lên vật rắn, ta có:

$$\vec{F} = m\vec{a}_C \quad [1.4-7]$$

Vậy phương trình chuyển động của vật rắn bằng tích số của khối lượng vật rắn với gia tốc của khối tâm vật rắn đó

Từ [1.4-6] và [1.4-7] ta đi đến kết luận như sau:

Chuyển động tịnh tiến của vật rắn tương đương với chuyển động của khối tâm của nó, với khối lượng bằng khối lượng của vật rắn và ngoại lực bằng hợp lực tác dụng lên vật rắn. Mặt khác khối tâm cũng là một chất điểm, do đó ta có thể xem bài toán chuyển động tịnh tiến của vật rắn như bài toán của chuyển động của chất điểm đặt tại khối tâm và có khối lượng bằng với khối lượng của vật rắn.

1.4.1.3 Chuyển động quay quanh trục của vật rắn

a) Định nghĩa

Chuyển động quay quanh trục của vật rắn là chuyển động mà các chất điểm của vật rắn có quỹ đạo là những vòng tròn tâm nằm trên trục quay và bán kính bằng khoảng cách từ chất điểm đến trục quay.

b) Đặc điểm

Khi vật rắn quay quanh một trục thì sau thời gian t như nhau tất cả các chất điểm của vật rắn quay những góc bằng nhau.

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \dots$$

▪ Tất cả các chất điểm có cùng vận tốc góc

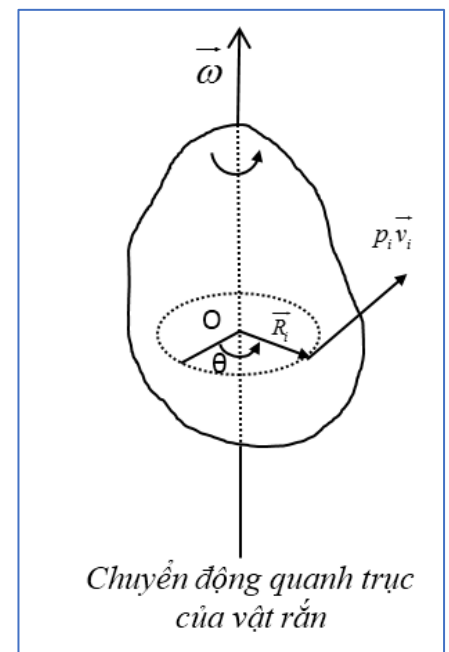
Thật vậy đạo hàm cho ta:

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \frac{d\theta_2}{dt} = \frac{d\theta_3}{dt} = \dots \rightarrow \omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \dots$$

Với trục quay cố định thì vectơ vận tốc góc cũng bằng nhau

$$\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 = \vec{\omega}_3 = \dots$$

[1.4-8]



► **Lưu ý:** Khi quay thì vận tốc dài của các chất điểm khác nhau vì $v_i = R_i \omega_i = R_i \omega$ chất điểm nào càng xa trục thì vận tốc dài càng lớn, chất điểm trên trục thì vận tốc dài bằng không.

▪ Tất cả các chất điểm có cùng gia tốc góc

Thật vậy, đạo hàm vận tốc góc ta có:

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} = \dots \rightarrow \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots$$

Đối với trục quay cố định thì:

$$\vec{\beta}_1 = \vec{\beta}_2 = \vec{\beta}_3 = \dots$$

[1.4-9]

Tương tự vận tốc dài, các chất điểm có gia tốc tiếp tuyến khác nhau:

$$a_i = R_i \beta_i = R_i \beta$$

Chất điểm nào càng xa trục thì gia tốc tiếp tuyến càng lớn, chất điểm nằm trên trục thì gia tốc tiếp tuyến bằng không.

1.4.1.4 Chuyển động tổng quát của vật rắn

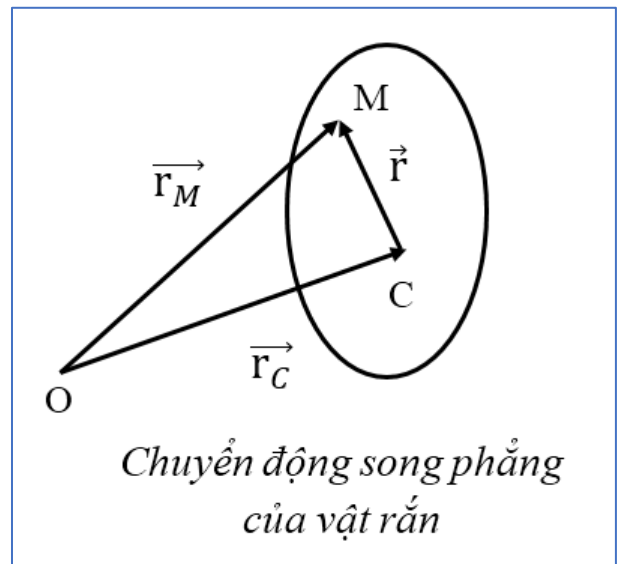
Chúng ta sẽ nghiên cứu chuyển động song phẳng bất kỳ của vật rắn. Gọi C là khối tâm của vật rắn và M là một điểm bất kỳ của vật rắn nằm trong tiết diện S. Gọi O là gốc tọa độ, khi đó \vec{r}_C và \vec{r}_M là hai bán kính vectơ xác định vị trí của C và M.

Theo qui tắc cộng vectơ, ta có: $\vec{r}_M = \vec{r}_C + \vec{r}$ (\vec{r} là bán kính vectơ nối từ C đến M).

Lấy đạo hàm theo thời gian của biểu thức trên ta có:

$$\frac{d\vec{r}_M}{dt} = \frac{d\vec{r}_C}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Vế trái của phương trình trên là vận tốc \vec{v}_M của điểm M, số hạng đầu tiên ở vế phải là vận tốc \vec{v}_C của khối tâm, số hạng thứ hai ta tính như sau:



Vì rằng trong quá trình chuyển động của vật rắn thì khoảng cách r của hai điểm C và M luôn luôn giữ không đổi nên ta suy ra vectơ \vec{r} không thay đổi độ lớn, nói cách khác điểm M chỉ có thể quay quanh khối tâm C của vật rắn. Vậy $(d\vec{r}/dt)$ là vận tốc dài của điểm M trong chuyển động quay quanh trục quay đi qua khối tâm C của vật rắn. Vận tốc này bằng $(\vec{\omega} \times \vec{r})$. Vậy ta có thể biểu diễn vận tốc của điểm M trong chuyển động bất kỳ như sau:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_C + (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad [1.4-10]$$

Công thức [1.4-10] chứng tỏ rằng, chuyển động song phẳng bất kỳ của vật rắn bao giờ cũng có thể phân thành hai chuyển động thành phần:

- Chuyển động tịnh tiến của khối tâm của vật rắn
- Chuyển động quay của vật rắn quanh trục quay đi qua khối tâm với vận tốc góc $\vec{\omega}$.

► **Lưu ý:** trục quay trong trường hợp này không đứng yên mà luôn tịnh tiến trong không gian giống như khối tâm. Trục quay như thế gọi là trục quay tức thời. Kết luận trên không chỉ đúng với khối tâm mà còn đúng với một điểm bất kỳ trên vật rắn.

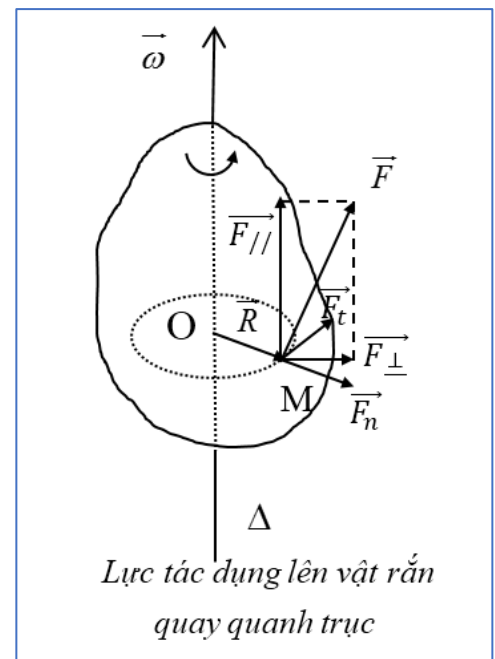
1.4.2 Phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh một trục cố định

Xét vật rắn quay quanh một trục cố định dưới tác dụng của ngoại lực \vec{F} nào đó. Ta có thể phân tích \vec{F} ra làm hai thành phần: $\vec{F}_{//}$, có phương song song với trục quay và thành phần \vec{F}_{\perp} nằm trong mặt phẳng thẳng góc với trục quay:

$$\vec{F} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{\perp}$$

Tương tự \vec{F}_{\perp} cũng có thể phân tích thành hai thành phần: \vec{F}_t là thành phần theo phương tiếp tuyến của vòng tròn (O, R) và thành phần \vec{F}_n nằm theo bán kính OM:

$$\vec{F}_{\perp} = \vec{F}_t + \vec{F}_n \rightarrow \vec{F} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_t + \vec{F}_n$$



Theo hình [1.4-7] thì:

+ $\vec{F}_{//}$ không thể làm cho vật rắn quay được, nó chỉ có tác dụng làm cho vật rắn trượt dọc theo trục quay, chuyển động này không thể có vì theo giả thiết thì vật rắn chỉ quay quanh trục quay.

+ \vec{F}_n không thể làm cho vật rắn quay, nó chỉ có tác dụng làm cho vật rắn dời khỏi trục quay, điều này cũng không thể có.

Như vậy trong chuyển động quay, tác dụng của lực \vec{F} tương đương với tác dụng của thành phần \vec{F}_t của nó. Do đó trong chuyển động quay quanh trục, để đơn giản ta chỉ xét đến những lực tiếp tuyến này.

1.4.2.1 Vectơ mômen lực đối với trục quay

Gọi \vec{F}_i là ngoại lực tác dụng lên chất điểm thứ i có khối lượng m_i đang chuyển động với vận tốc \vec{v}_i . Lực \vec{F}_i làm cho vật rắn quay vì nó vuông góc với trục quay là lực tiếp tuyến với đường tròn bán kính R_i . Khi đó vectơ mômen của lực \vec{F}_i đối với trục quay được định nghĩa:

$$\vec{M}_i = \vec{R}_i \times \vec{F}_i$$

R_i là cánh tay đòn, khoảng cách đến trục quay của vectơ lực tiếp tuyến \vec{M}_i hướng theo trục quay và có độ lớn:

$$M_i = R_i F_i$$

Và $\vec{M}_i = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i$ là vectơ mômen lực đối với trục quay tác dụng lên vật rắn, vì

\vec{M}_i hướng theo trục quay nên \vec{M} cũng hướng theo trục quay.

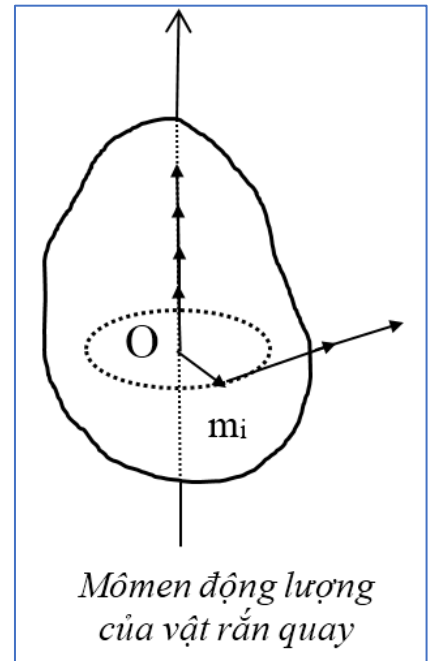
$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i \times \vec{F}_i \quad [1.4-11]$$

1.4.2.2 Mômen động lượng của vật rắn quay

Chất điểm thứ i có khối lượng m_i đang chuyển động với vận tốc \vec{v}_i thì động lượng của chất điểm thứ i là:

$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$$

Ta định nghĩa mômen động lượng của chất điểm thứ i đối với trục quay là:



$$\vec{L}_i = \vec{R}_i \times \vec{p}_i$$

► **Lưu ý:** $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$ hướng theo phương tiếp tuyến, \vec{R}_i hướng theo phương bán kính nên \vec{L}_i hướng theo trục quay, vì ta chỉ xét trục quay cố định nên phương \vec{L}_i không đổi (phương trục quay) và cùng chiều với $\vec{\omega}$, có độ lớn: $L_i = R_i p_i = R_i m_i v_i$.
 Mặt khác: $v_i = R_i \omega_i \rightarrow L_i = m_i R_i^2 \omega_i$. Theo định nghĩa, ta có:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i \times \vec{p}_i \tag{1.4-12}$$

Đây là vectơ mômen động lượng của vật rắn đối với trục quay. \vec{L}_i hướng theo trục quay nên \vec{L} cũng hướng theo trục quay và có độ lớn: $L = \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \omega_i$

Vì $\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega$, nên $L = \omega \sum_{i=1}^n m_i R_i^2$. Đặt:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \tag{1.4-13}$$

I được gọi là mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay. Suy ra: $L = I\omega$,
 Do \vec{L} và $\vec{\omega}$ cùng phương và cùng chiều nên có thể viết:

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \tag{1.4-14}$$

1.4.2.3 Phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

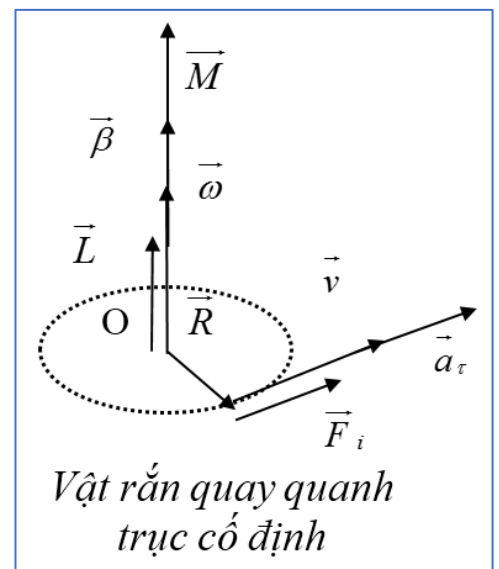
Cho vật rắn quay quanh một trục cố định, ta đã biết \vec{L} là vectơ mômen động lượng đối với trục quay:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i$$

Và mômen của lực: $\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i$

Với $\vec{M}_i = \vec{R}_i \times \vec{F}_i$ và $\vec{L}_i = \vec{R}_i \times \vec{p}_i$

Vậy
$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{R}_i \times \frac{d\vec{p}_i}{dt} + \frac{d\vec{R}_i}{dt} \times \vec{p}_i$$



$$\text{Mà } \frac{d\vec{R}_i}{dt} \times \vec{p}_i = \vec{v}_i \times m\vec{v}_i = 0$$

$$\text{Suy ra: } \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{R}_i \times \vec{F}_i = \vec{M}_i$$

Lấy tổng hai vế biểu thức trên ta có:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Vậy mối quan hệ giữa vectơ mômen động lượng \vec{L} và vectơ mômen ngoại lực \vec{M} đối với trục quay cũng có công thức giống như trường hợp đối với chất điểm trong công thức [1.3-17] của chương 3. Theo [1.4-13], $\vec{L} = I\vec{\omega}$. Vậy:

$$\vec{M} = I\vec{\beta} \quad [1.4-15]$$

Đây phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định.

1.4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

Mômen quán tính với một trục quay xác định được tính từ công thức [1.4-12] dùng cho vật rắn gồm các chất điểm được phân bố rời rạc là:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i R_i^2$$

Thực tế thường thì các chất điểm phân bố liên tục khi đó ta thay phép tính tổng hợp bằng phép tính tích phân bằng cách chia vật rắn thành nhiều phần nhỏ với khối lượng mỗi phần là dm ($dm \approx m_i$). R là khoảng từ chất điểm dm đến trục, vậy $m_i R_i^2 \approx dm R^2$ và:

$$I = \int_m R^2 dm \quad [1.4-16]$$

1.4.3.1 Mômen quán tính với trục quay qua khối tâm C

a) Mômen quán tính của thanh đồng chất đối với trục quay vuông góc tới thanh tại trung điểm

Cho một thanh có chiều dài l , khối lượng m , tiết diện S . Tìm mômen quán tính I đối với trục quay Δ là trục của thanh nằm dọc theo trục Ox .

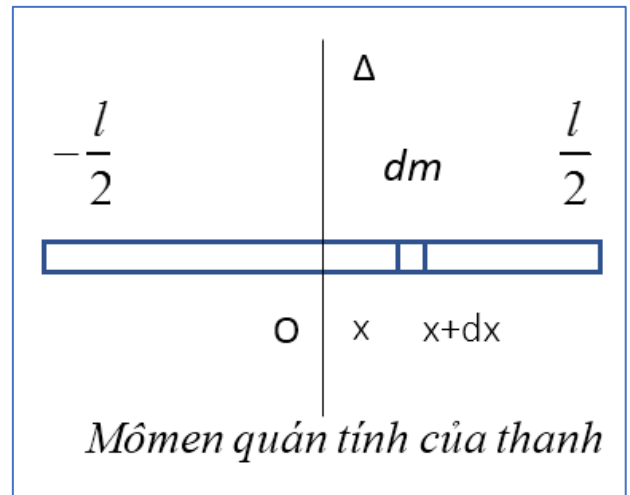
Ta chọn yếu tố dm là một đoạn thẳng có các tọa độ điểm đầu là x và điểm cuối là $x + dx$, tức là có chiều dài dx , tiết diện A . Gọi ρ là khối lượng riêng của thanh (tức là khối lượng tương ứng với một đơn vị chiều dài của thanh) thì $dm = \rho S dx$.

Thay vào [1.4-16] ta tìm được: $I = \int_m R^2 dm$,

với $R = x$

$$I = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \rho S x^2 dx = \frac{1}{12} \rho S l^3$$

Với $\rho S l = m$ là khối lượng của thanh.

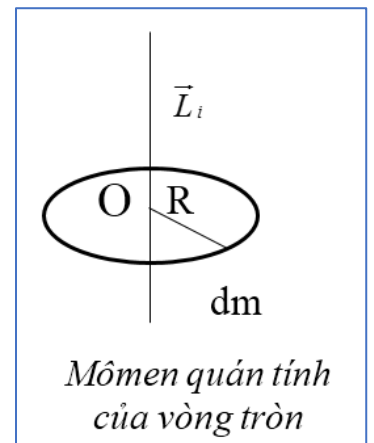


$$I = \frac{1}{12} ml^2 \quad [1.4-17]$$

b) Mômen quán tính của vòng tròn đối với trục quay là trục của vòng tròn

Cho vòng tròn tâm O bán kính R , khối lượng m . Tìm mômen quán tính của vòng tròn đối với trục quay Δ là trục của vòng tròn.

Chia vòng tròn thành nhiều thành phần nhỏ có khối lượng dm , vì ở trên vòng tròn nên dm cách tâm O bằng một khoảng R . Vậy theo [1.4-16] ta có:



$$I = \int_m R^2 dm$$

$$I = R^2 \int_m dm = mR^2$$

$$I = mR^2 \quad [1.4-18]$$

Công thức [1.4-18] cho thấy không phụ thuộc vào chiều dày của vành nên đây cũng là mômen quán tính của trụ rỗng đối với trục đối xứng.

c) Mômen quán tính của đĩa tròn đối với trục quay là trục của đĩa

Cho một đĩa tròn mỏng tâm O bán kính R, khối lượng m. Tìm mômen quán tính của đĩa tròn đối với trục quay Δ là trục của đĩa.

Chia đĩa thành nhiều vành có bề rộng rất nhỏ sao cho vành tròn tương đương những vòng tròn và lấy vành bất kỳ có bán kính trong r, bán kính ngoài $r + dr$, diện tích của vành là $dS = 2\pi r dr$ và khối lượng của nó là $dm = \sigma dS$, với σ là khối lượng trên đơn vị diện tích. Theo công thức [1.4-18] tính mômen quán tính của vòng tròn ta được:

$$dI = r^2 dm$$

$$dm = \sigma dS$$

$$\Rightarrow I = 2\sigma\pi \int_0^R r^3 dr = \frac{\sigma\pi}{2} (r^4)_0^R$$

Với $m = \sigma\pi R^2$ nên:

$$I = \frac{mR^2}{2} \quad [1.4-19]$$

Công thức [1.4-19] cho thấy không phụ thuộc vào chiều dày của đĩa nên đây cũng là mômen quán tính của trụ đặc đối với trục đối xứng

d) Mômen quán tính của hình cầu

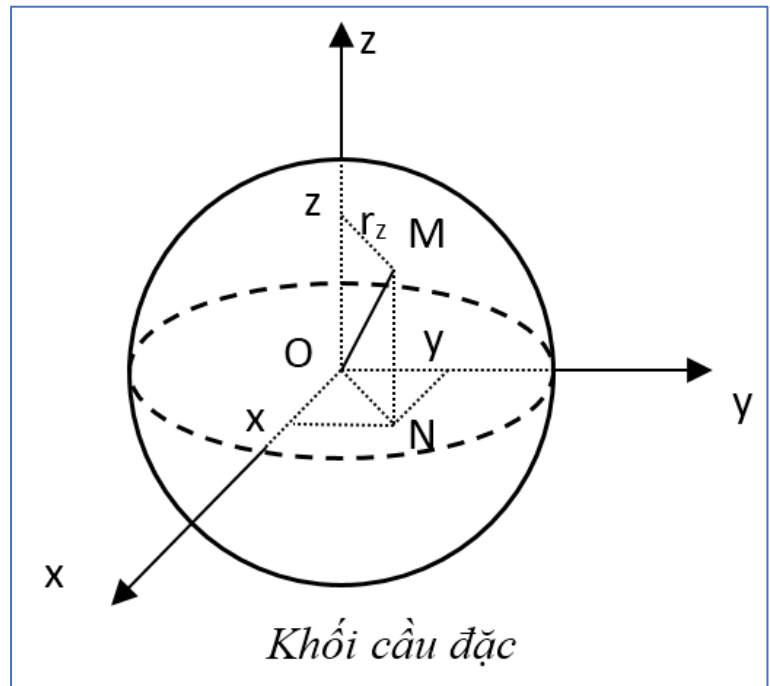
► Khối trụ đặc

Ta xét một phần tử khối lượng dm , cách tâm khối cầu một khoảng r . Mômen quán tính của quả cầu đối với trục Oz , Ox , Oy lần lượt là:

$$I_z = \int_{QC} r_z^2 dm = \int_{QC} (x^2 + y^2) dm$$

$$I_x = \int_{QC} r_x^2 dm = \int_{QC} (y^2 + z^2) dm$$

$$I_y = \int_{QC} r_y^2 dm = \int_{QC} (z^2 + x^2) dm$$



Do tính đối xứng nên vai trò của các trục quay Ox , Oy , Oz là như nhau. Vì thế ta có $I_x = I_y = I_z$.

Hay:

$$I = \frac{I_x + I_y + I_z}{3} = \frac{2}{3} \int_{(QC)} (x^2 + y^2 + z^2) dm = \frac{2}{3} \int_{(QC)} r^2 \rho dV \lim_{\delta x \rightarrow 0}$$

Ta biết thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Lấy vi phân hai vế, ta được $dV = 4\pi r^2 dr$

$$\text{Do đó: } I = \frac{2}{3} \int_{(QC)} r^2 \rho 4\pi r^2 dr = \frac{8}{3} \pi \rho \int_0^R r^4 dr = \frac{8\pi\rho}{15} R^5 = \frac{2}{5} mR^2$$

Với $m = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$ là khối lượng của quả cầu, R là bán kính quả cầu

► Quả cầu rỗng

Ta xét một phần tử khối lượng dm trên mặt cầu.

Khi đó: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2 = \text{const}$. Làm tương tự như trên, ta cũng có:

$$I = \frac{2}{3} \int_{(MC)} (x^2 + y^2 + z^2) dm = \frac{2}{3} \int_{(MC)} R^2 dm = \frac{2}{3} R^2 \int_{(MC)} dm = \frac{2}{3} mR^2$$

1.4.3.2 Mômen quán tính đối với trục quay bất kỳ không đi qua khối tâm

Khi xét các vật đối xứng như một thanh, một vòng tròn, đĩa tròn, hình trụ... ta đã tính mô men quán tính với trục đi qua khối tâm của chúng, để tính mô men quán tính của một vật đối với trục quay không đi qua khối tâm của chúng thì ta sử dụng định lý Steiner như sau:

$$I = I_c + md^2 \quad [1.4-20]$$

Trong:

Δ : trục quay bất kỳ không qua khối tâm

Δ_c : trục quay qua khối tâm của vật và song song với Δ

I : mômen quán tính của vật rắn đối với trục Δ

I_c : mômen quán tính của vật rắn đối với trục Δ_c

m : khối lượng của vật rắn

d : khoảng cách giữa hai trục Δ và trục Δ_c

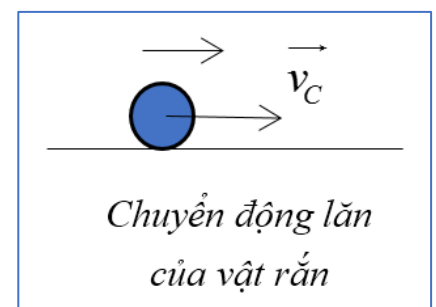
Xét tiết diện S của vật rắn vuông góc với hai trục: trục Δ và trục Δ_c .

1.4.4 Động năng của vật rắn qua trục quay cố định

Vật rắn quay quanh một trục có động năng K bằng động năng của tất cả các chất điểm tạo nên vật rắn

$$K = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i v_i^2$$

$$v_i = R_i \omega_i \Rightarrow K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \omega_i^2$$



Trong chuyển động quay thì mọi điểm có cùng vận tốc góc nên

$$K = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Vậy động năng quay của vật rắn:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad [1.4-21]$$

Trước đây ta có động năng tịnh tiến

$$K = \frac{1}{2}mv_c^2$$

Nếu vật lăn: vừa tịnh tiến, vừa quay thì:

$$K = K_{tt} + K_q$$

$$K = \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad [1.4-22]$$

1.4.5 Định luật bảo toàn mômen động lượng của vật rắn quay

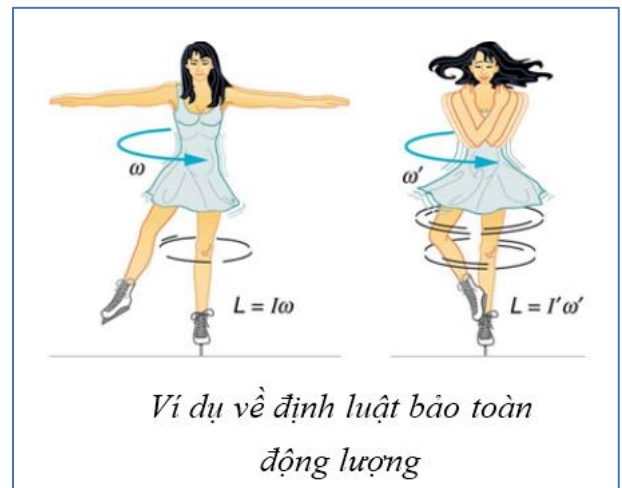
1.4.5.1 Trường hợp một vật rắn

Cho vật rắn quay quanh trục cố định. Vật rắn cô lập thì mômen ngoại lực tác dụng lên nó bằng không nên:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = 0$$

$$\vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const} \quad [1.4-22]$$

Khi vật rắn không bị tác dụng của ngoại lực hay tổng mômen ngoại lực tác dụng lên nó bằng không thì mômen động lượng của nó bảo toàn.



Ví dụ: Tốc độ quay của vũ công. Một vũ công quay tròn, ngoại lực tác dụng lên vũ công là trọng lực và phản lực, vì các lực này song song với trục quay nên $M = 0$

Vậy $\vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}$

Vũ công dang tay: R_i tăng $\rightarrow I$ tăng $\rightarrow \omega$ giảm \rightarrow quay chậm. Ngược lại, vũ công khép tay thì quay nhanh.

1.4.5.2 Trường hợp nhiều vật rắn

Gọi \vec{L}_1 : mômen động lượng của vật rắn thứ nhất, \vec{L}_2 : mômen động lượng của vật rắn thứ hai, \vec{L}_i mômen động lượng của vật rắn thứ i , ... \vec{L} : mômen động lượng của hệ vật rắn

$$\vec{L} = \sum_{i=0}^n \vec{L}_i$$

$$\vec{L}_i = I_i \vec{\omega}_i \Rightarrow \vec{L} = \sum_{i=0}^n I_i \vec{\omega}_i$$

Nếu gọi \vec{M} là mômen ngoại lực toàn phần tác dụng lên hệ thì

$$\vec{M} = \sum_{i=0}^n \vec{M}_i$$

Tương tự ta có:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Vì

$$\vec{M} = 0 \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{L} = \text{const}$$

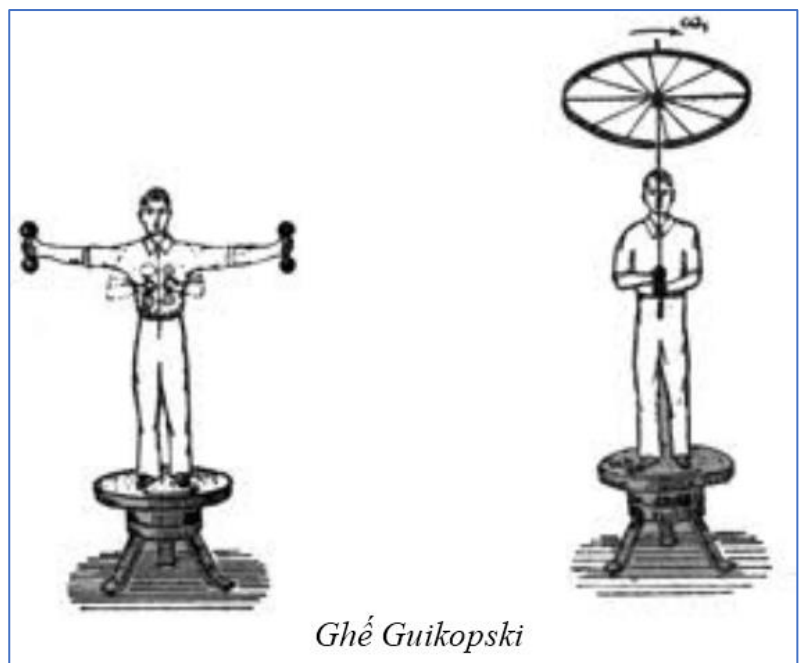
Hay

$$\vec{L} = \sum_{i=0}^n I_i \vec{\omega}_i = \text{const} \quad [1.4-23]$$

Vậy nếu hệ cô lập hay mômen ngoại lực tổng hợp tác dụng lên hệ vật bằng không thì mômen động lượng của hệ được bảo toàn.

Ví dụ: Ghế Guikopski

► Một người cầm hai quả tạ nặng đứng trên ghế Guikopski đang quay đều. Nếu người đó dang tay ra thì mômen quán tính của người và ghế tăng lên do đó ghế sẽ quay chậm lại. Ngược lại nếu người đó co tay lại, mômen quán tính của hệ giảm xuống thì ghế quay nhanh lên.



► Một người đứng thẳng trên ghế Guikopski tay cầm một trục thẳng đứng của một vành xe nặng.

Ban đầu người, ghế và bánh xe đứng yên nghĩa là mômen động lượng (còn gọi là động lượng quay) của hệ bằng không. Sau đó ta làm cho vành xe quay với vận tốc góc $\vec{\omega}_1$ thì người và ghế sẽ quay với vận tốc $\vec{\omega}_2$ theo chiều ngược lại.

Sở dĩ như vậy là nhờ định luật bảo toàn mômen động lượng:

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 = 0$$

Trong I_1 là mômen quán tính của vành xe, I_2 là mômen quán tính của người và ghế.

Từ đó suy ra:
$$\vec{\omega}_2 = -\frac{I_1}{I_2}\vec{\omega}_1$$

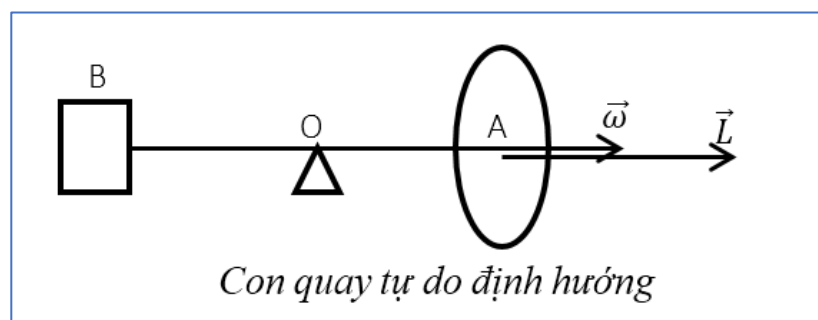
Dấu trừ trong biểu thức trên chứng tỏ người và ghế quay ngược chiều so với chiều quay của vành xe như thực nghiệm đã xác nhận.

1.4.6 Con quay

1.4.6.1 Định nghĩa

Con quay là một vật rắn đối xứng tròn xoay có thể quay nhanh chung quanh trục đối xứng của nó. Thông thường, người ta chế tạo con quay dưới dạng một cái vô lăng. Tùy theo yêu cầu sử dụng, người ta có thể làm cho trục con quay hoặc hoàn toàn cố định hoặc có một điểm cố định hoặc hoàn toàn tự do.

1.4.6.2 Con quay tự do định hướng



Do có đối trọng B nên mômen trọng lực ở đầu A và B triệt tiêu nhau và con quay cân bằng, tự do. Do đó:

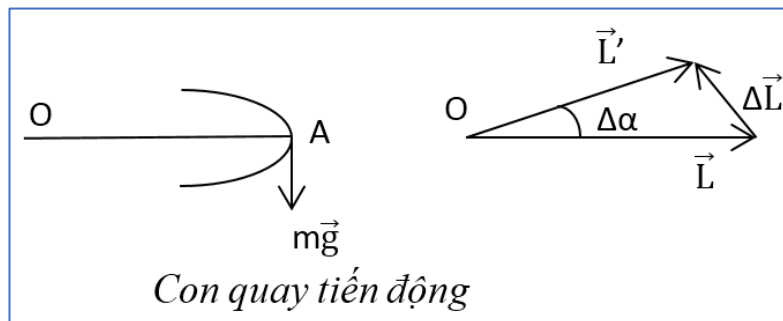
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = 0$$

$$\vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}$$

Có nghĩa là véctơ vận tốc góc $\vec{\omega} = \text{const}$, mà $\vec{\omega}$ trùng với trục quay nên trục quay định hướng cố định trong không gian.

Ứng dụng: la bàn cơ học, đạn pháo xoáy, ngư lôi xoáy, máy bay trinh sát không người lái theo tuyến định sẵn.

1.4.6.3 Con quay tiến động



Giả sử bỏ đối trọng B, ta có mômen trọng lực xuất hiện ở đầu A và có xu hướng lôi đầu A xuống, Thế nhưng, thực tế đầu A không đi xuống mà lại đi theo phương ngang vạch ra đường tròn bán kính OA.

Chứng minh: Trong khoảng thời gian Δt ta có:

$$\Delta\vec{L} = \vec{M} \Delta t$$

$$\vec{M} = \vec{OA} \times m\vec{g}$$

m là khối lượng của con quay

Áp dụng quy tắc vặn nút chai, ta thấy \vec{M} hướng vào trong, do đó $\Delta\vec{L}$ cũng hướng vào trong. Nghĩa là gắn chặt với \vec{L} sẽ quay từ từ vào trong với vận tốc góc Ω . Thực vậy, trị số theo hình vẽ: $\Delta L = L\Delta\alpha$.

Chia hai vế cho Δt ta có: $\frac{\Delta L}{\Delta t} = L \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$

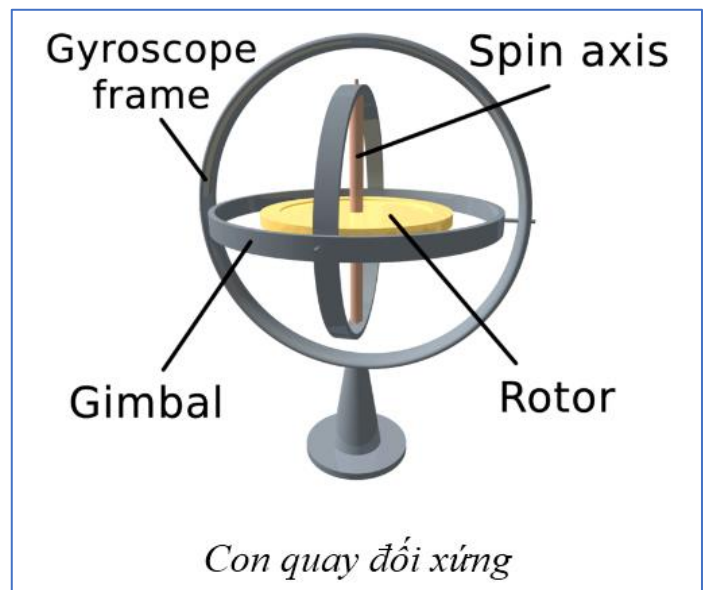
$$\text{Hay } M = L\Omega \rightarrow \Omega = \frac{M}{L} = \frac{M}{I\omega}$$

Vận tốc góc tiến động Ω tỉ lệ thuận với mômen ngoại lực M và tỉ lệ nghịch với ω .

1.4.6.4 Con quay đối xứng

Trên đây là con quay về nguyên tắc. Thực tế, để khỏi có đối trọng B làm cân bằng, người ta chế tạo con quay đối xứng nằm trong giá các đấng như hình bên.

Con quay là một đĩa tròn có trục đối xứng AA' là trục quay. Để con quay tự do định hướng theo phương bất kỳ, người ta chế tạo thêm hai vành tròn. Vành thứ nhất chứa trục AA' có thể quay quanh trục BB' , làm cho trục con quay AA' có thể tự do đổi hướng quanh trục BB' . Vành thứ hai có trục CC' làm cho con quay có thể đổi



hướng quanh trục CC' . Nhờ vậy con quay có thể định hướng theo hướng bất kỳ ta đặt nó. Khi quay tít (hồi chuyển) và tự do, hướng này là không đổi.

Theo định luật bảo toàn mômen động lượng thì chừng nào chưa có ngoại lực tác dụng lên nó thì trục con AA' giữ phương không đổi trong không gian (vì phương của \vec{L} hay $\vec{\omega}$ không đổi). Nếu giá đỡ lệch khỏi hướng đã định thì trục con quay vẫn giữ nguyên phương đã có. Hiệu ứng con quay hồi chuyển tự do được ứng dụng để điều chỉnh tự động đường đi của máy bay, tàu thủy, tên lửa... theo phương đã định.

1.5 BÀI TẬP ĐỘNG HỌC VẬT RẮN

► ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM ◀

BÀI 1: Xác định phương trình quỹ đạo, biết phương trình chuyển động của chất điểm có dạng:

$$a. \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t - 1 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} x = A(1 - \sin t) \\ y = A(1 - \cos t) \end{cases}$$

$$c. \begin{cases} x = A + R \cos \omega t \\ y = R \sin \omega t \end{cases}$$

Trong đó A và R là các hằng số dương.

Đ/S: a. $y = -x$ & quỹ đạo của chất điểm là một đường thẳng;

b. $(x - A)^2 + (y - A)^2 = A^2$ & quỹ đạo của chất điểm là một đường tròn tâm (A;A) và có bán kính A;

c. $(x - A)^2 + y^2 = R^2$ & quỹ đạo của chất điểm là một đường tròn tâm (A;0) và có bán kính R.

BÀI 2: Phương trình chuyển động của một chất điểm trong hệ tọa độ OXY là: $x = 2t$ (cm) và $y = 3t^2$ (cm)

- Tính khoảng cách từ vật đến gốc tọa độ ở thời điểm $t = 2s$
- Xác định phương trình quỹ đạo của chất điểm.
- Tính vận tốc tức thời của chất điểm ở thời điểm $t = 1s$
- Tính gia tốc tức thời của chất điểm ở thời điểm $t = 1s$

Đ/S: a) $OM = 12,65cm$; b) $y = 3x^2/4$; c) $v = 6,32cm/s$; d) $6cm/s^2$

BÀI 3: Một chiếc xe chuyển động trên quỹ đạo tròn, bán kính bằng 50m. Quãng đường đi được trên quỹ đạo được xác định bằng công thức: $s = -0,5t^2 + 10t + 10$. Tìm vận tốc, gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến, và gia tốc toàn phần của ô tô lúc $t = 5s$.

Đ/S: $v = 5m/s$; $a_t = -1m/s^2$; $a_n = 0,5m/s^2$; $a = 1,12m/s^2$.

BÀI 4: Trong nguyên tử Hydrogen, ta có thể coi điện tử chuyển động tròn đều xung quanh hạt nhân. Biết bán kính quỹ đạo điện tử là $R=0,5.10^{-8}\text{cm}$ và vận tốc của điện tử trên quỹ đạo là $v=2,2.10^8\text{cm/s}$. Tìm

- Vận tốc góc của điện tử
- Thời gian điện tử quay được một vòng quanh hạt nhân.
- Gia tốc pháp tuyến của điện tử.

Đ/S: a) $4,4.10^{16}\text{ rad/s}$; b) $1,4.10^{-16}\text{ s}$; c) $9,7.10^{32}\text{ m/s}^2$.

BÀI 5: Một bánh xe bán kính 10cm quay vòng tròn với gia tốc $3,14\text{rad/s}^2$. Sau giây đầu tiên:

- Vận tốc góc của bánh xe là bao nhiêu?
- Vận tốc dài, gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến và gia tốc toàn phần của chất điểm trên vành bánh xe là bao nhiêu?

Đ/S: a) $3,14\text{rad/s}$; b) $0,314\text{m/s}$; $a_t=0,314\text{m/s}^2$; $a_n=0,986\text{m/s}^2$

BÀI 6: Một đoàn tàu hỏa chuyển động biến đổi đều trên một đoạn đường cong đều có độ dài $s=585\text{m}$, có bán kính cong $R = 900\text{m}$, với vận tốc ban đầu là 54km/h . Tàu đi hết quãng đường này trong 30s . Tìm vận tốc dài, vận tốc góc, gia tốc tiếp tuyến, pháp tuyến và toàn phần của đoàn tàu ở vị trí cuối của quãng đường cong đó.

Đ/S: $v = 24\text{m/s}$; $\omega = 0,027\text{ rad/s}$; $a_t = 0,3\text{m/s}^2$; $a_n = 0,64\text{m/s}^2$; $a_{tp} = 0,7\text{m/s}^2$

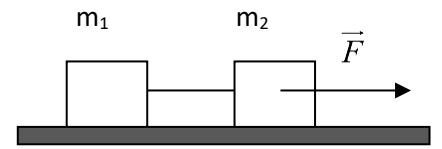
► ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM ◀

BÀI 7: Một vật được đặt trên một mặt phẳng nghiêng hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc α . Hỏi:

- Giới hạn của hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng để vật có thể trượt xuống được?
- Nếu hệ số ma sát nằm trong giới hạn trên thì gia tốc của vật bằng bao nhiêu? Khi đó muốn trượt hết quãng đường s , vật phải mất thời gian bao lâu?

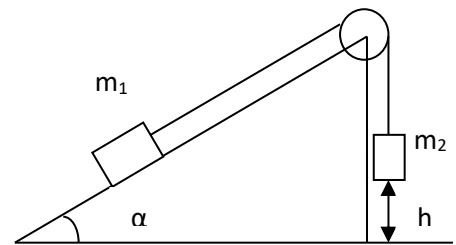
Đ/S: a) $k \leq \tan \alpha$; b) $a = g(\sin \alpha - k \cos \alpha)$; $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$

BÀI 8: Cho hệ như hình vẽ. Các vật $m_1=4\text{kg}$ và $m_2=6\text{kg}$ được nối với nhau bằng một dây nhẹ, không co dãn. Kéo m_2 bằng một lực \vec{F} theo phương ngang sao cho hệ chuyển động với gia tốc $a = 0,5\text{m/s}^2$. Hệ số ma sát giữa các vật với mặt phẳng ngang bằng nhau. Tính hệ số ma sát và lực căng dây. Biết $F = 22\text{N}$, cho $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



Đ/S: $k = 0,17$; $T = 8,66\text{N}$

BÀI 9: Cho hệ cơ học như hình vẽ, vật $m_1 = 2\text{kg}$ và $m_2 = 3\text{kg}$ nối với một sợi dây vắt qua ròng rọc, dây và ròng rọc có khối lượng không đáng kể, m_1 nằm trên mặt phẳng nghiêng có hệ số ma sát $k = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ và góc hợp bởi mặt phẳng nghiêng và mặt phẳng ngang là $\alpha = 30^\circ$.

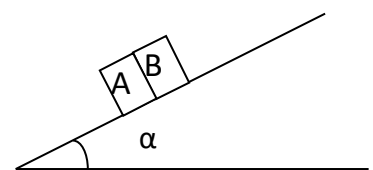


a) Thả vật m_2 chuyển động không vận tốc đầu. Tính gia tốc của hệ và sức căng của dây.

b) Lúc đầu vật m_2 cách mặt đất $h = 6\text{m}$. Tính thời gian từ lúc m_2 bắt đầu chuyển động cho đến khi chạm đất và vận tốc m_2 lúc chạm đất. Sau khi m_2 chạm đất, vật m_1 đi lên theo mặt phẳng nghiêng một đoạn bao nhiêu rồi dừng lại? (và đi xuống). Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$

Đ/S: a) $a = 3 \text{ (m/s}^2\text{)}, T = 21 \text{ (N)}$; b) $t = 2\text{(s)}$; $v = 6 \text{ (m/s)}$; $s_1 = 2,4\text{m}$.

BÀI 10: Trên một mặt phẳng nghiêng tạo góc α với mặt phẳng ngang có đặt hai vật A, B tiếp xúc nhau có khối lượng lần lượt là m_A và m_B . Hệ số ma sát của mặt phẳng nghiêng với A là k_A và với B là k_B . Cho biết $k_A > k_B$, hãy xác định:

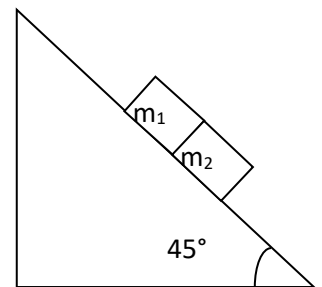


a) Lực tương tác giữa hai vật khi chuyển động.

b) Giá trị nhỏ nhất của góc α để hai vật có thể trượt được.

$$\text{Đ/S: } a) F = \frac{(k_A - k_B)m_A m_B \cdot g \cos \alpha}{m_A + m_B}; b) \tan \alpha_{\min} = \frac{k_A m_A + k_B m_B}{m_A + m_B}$$

BÀI 11: Hai vật tiếp giáp nhau trượt trên một tấm ván nghiêng. Khối lượng của chúng là $m_1 = 2,8 \text{ kg}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$. Hệ số ma sát giữa vật thứ nhất và vật thứ hai với tấm ván lần lượt là $k_1 = 0,1$, $k_2 = 0,2$. Góc nghiêng của tấm ván so với mặt phẳng nằm ngang là $\alpha = 45^\circ$. Cho $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Xác định:



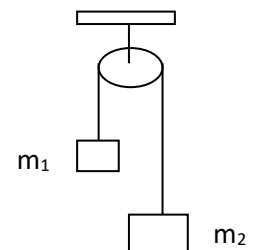
a) Gia tốc của các vật khi chuyển động.

a) Lực F, là lực các vật tác dụng lẫn nhau.

b) Điều gì xảy ra khi $k_1 > k_2$

$$\text{Đ/S: } a. a = \frac{m_1 + m_2 - k_1 m_1 - k_2 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} g = 6 \text{ (m/s}^2\text{)}; b. F = m_1 (g \sin \alpha - k_1 g \cos \alpha - a) = 1,02 \text{ (N)}$$

BÀI 12: Cho hệ như hình vẽ. Các vật m_1 và m_2 ($m_2 > m_1$) được nối với nhau bằng một dây nhẹ, không co giãn, vắt qua một ròng rọc. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và ma sát ở trục ròng rọc.



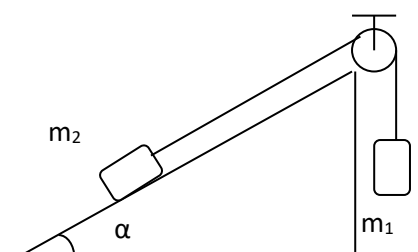
a) Sau thời gian $t = 5 \text{ s}$ kể từ lúc thả cho các vật chuyển

động thì m_2 đi được quãng đường là $s = 4 \text{ m}$. Tính gia tốc và vận tốc các vật lúc đó ($t = 5 \text{ s}$). Cho $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

b) Tính lực căng dây và khối lượng m_1 , (biết $m_2 = 32 \text{ kg}$).

$$\text{Đ/S: } a. v = \frac{2s}{t} = 1,6 \text{ m/s}, a = \frac{v}{t} = 0,32 \text{ m/s}^2; b. T = m_2 (g - a) = 303,4 \text{ (N)}, m_1 = \frac{T}{a + g} = 30 \text{ kg}$$

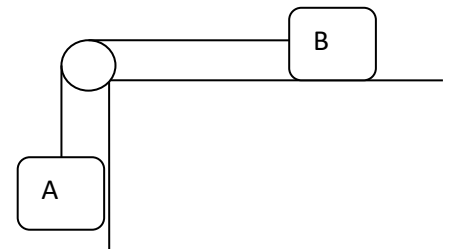
BÀI 13: Một hệ cơ như hình vẽ, trong đó ròng rọc có khối lượng không đáng kể, góc nghiêng giữa mặt nghiêng và mặt ngang là α và hệ số ma sát giữa m_2 và mặt nghiêng là k . Tìm điều kiện của tỷ số giữa m_1 và m_2 sao cho:



- a) Hệ chuyển động theo chiều m_1 đi xuống.
 b) Hệ chuyển động theo chiều m_1 đi lên.
 c) Hệ đứng yên.

Đ/S: a. $\frac{m_1}{m_2} > \sin \alpha + k \cos \alpha$; b. $\frac{m_1}{m_2} < \sin \alpha - k \cos \alpha$; c. $\sin \alpha - k \cos \alpha < \frac{m_1}{m_2} < \sin \alpha + k \cos \alpha$

BÀI 14: Người ta gắn vào mép bàn (nằm ngang) một ròng rọc có khối lượng không đáng kể. Hai vật A và B có khối lượng bằng nhau $m_A = m_B = 1\text{kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua ròng rọc. Hệ số ma sát giữa vật B và mặt bàn bằng 0,1. Tìm gia tốc của hệ và lực căng của dây.



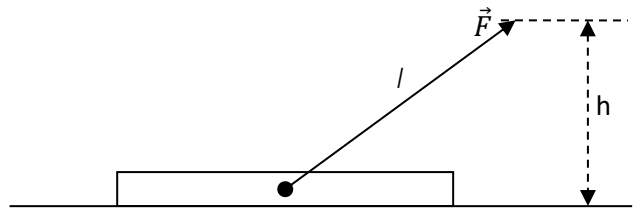
Đ/S: $a=4,4\text{m/s}^2$; $T=5,4\text{N}$

BÀI 15: Người ta kéo một khúc gỗ có trọng lượng P với vận tốc không đổi bằng một sợi dây dài l. Khoảng cách từ dây tới mặt đất bằng h.

- a) Tìm hệ số ma sát giữa khúc gỗ

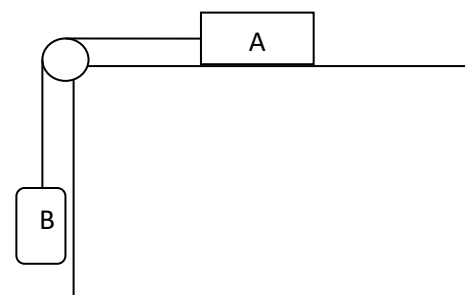
và mặt đất (dây được buộc vào trọng tâm của khúc gỗ)

- b) Buộc dây vào đầu khúc gỗ thì độ lớn của lực ma sát như thế nào?



Đ/S: a) $k = \frac{F\sqrt{l^2 - h^2}}{Pl - Fh}$; b) không thay đổi

BÀI 16: Một bản gỗ A có khối lượng 200g được đặt trên một mặt phẳng nằm ngang. Bản A được nối với bản gỗ B có khối lượng 300g khác bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc cố định. Khối lượng ròng rọc và dây không đáng kể, hệ số ma sát giữa A và mặt



phẳng ngang là 0,5. Tính lực căng của dây? Nếu thay đổi vị trí A và B thì lực căng dây có giá trị như thế nào (giữ nguyên giá trị hệ số ma sát)?

Đ/S: a) $T=1,47N$; b) không thay đổi

► BẢO TOÀN – BIẾN THIÊN NĂNG LƯỢNG ◀

BÀI 17: Một quả cầu chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1 = 4 \text{ m/s}$ va chạm vào quả cầu cùng khối lượng đang đứng yên. Biết rằng va chạm là không đàn hồi và nhiệt lượng tỏa ra sau khi va chạm là $Q = 12\text{J}$. Hãy tính khối lượng của hai quả cầu.

Đ/S: $m = 3(\text{kg})$

BÀI 18: Một vật được ném thẳng đứng từ độ cao $h=240\text{m}$ xuống mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0=14\text{m/s}$. Vật đi sâu vào mặt đất một đoạn $s=0,2\text{m}$. Cho khối lượng của vật $m=1\text{kg}$. Bỏ qua ma sát của không khí. Tìm lực cản trung bình của đất lên vật.

Đ/S: $F_{ctb} = -12250\text{N}$

BÀI 19: Một bao cát treo ở đầu một sợi dây. Một viên đạn chuyển động theo phương ngang xuyên vào bao cát và bị mắc vào đó, còn bao cát được nâng lên độ cao h nào đó. Cho biết vận tốc của viên đạn là v , khối lượng của nó là m và khối lượng của bao cát là M . Tính h .

Đ/S: $h = \frac{m^2 v^2}{2g(m+M)^2}$

BÀI 20: Một khẩu pháo có khối lượng $M = 450 \text{ kg}$ nả đạn theo phương nằm ngang. Đạn pháo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$, vận tốc ban đầu của nó khi ra khỏi nòng là $v = 450 \text{ m/s}$. Khi bắn, bệ pháo giật về phía sau một đoạn $s = 9\text{cm}$. Tìm lực cản trung bình tác dụng lên pháo.

Đ/S: $F_c = 62500(\text{N})$

BÀI 21: Một vật chuyển động khối lượng m_1 tới va chạm vào vật thứ hai đang đứng yên, khối lượng $m_2 = 1 \text{ kg}$. Biết rằng sau va chạm vật thứ nhất đã truyền cho vật thứ hai 36% động năng ban đầu của mình. Coi va chạm là đàn hồi, tính m_1 .

$$\text{Đ/S: } m_1 = 9 \text{ kg; } m_2 = 1/9 \text{ kg}$$

BÀI 22: Một hạt khối lượng $m_1 = 1 \text{ g}$ đang chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1 = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ (m/s), đến va chạm mềm với một hạt khác khối lượng $m_2 = 2 \text{ g}$ chuyển động với vận tốc $\vec{v}_2 = 4\vec{j} - 6\vec{k}$ (m/s). Xác định vectơ vận tốc chung của hai hạt sau khi va chạm (hướng và độ lớn).

$$\text{Đ/S: } \vec{v} = 1\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k} \text{ (m/s); } v = 4,6 \text{ (m/s)}$$

BÀI 23: Một hạt chuyển động theo quỹ đạo nào đó trong mặt phẳng Oxy từ điểm 1 có vectơ bán kính $\vec{r}_1 = \vec{i} + 2\vec{j}$ (m) đến điểm 2 có vectơ bán kính $\vec{r}_2 = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ (m). Hạt đó chuyển động dưới tác dụng của lực $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ (N). Tính công thực hiện bởi lực.

$$\text{Đ/S: } A = -17 \text{ (J)}$$

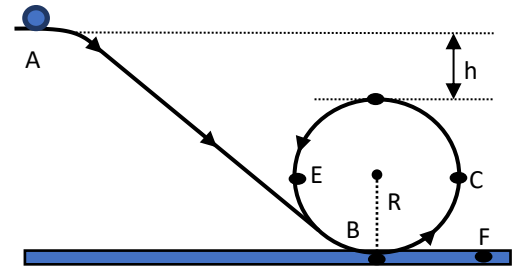
BÀI 24: Giải bài toán sau bằng phương pháp định luật bảo toàn cơ năng trong trọng trường. Một sợi dây được vắt qua một ròng rọc hai đầu buộc hai vật có khối lượng lần lượt là m_1, m_2 ($m_1 > m_2$). Tính gia tốc của hệ.

$$\text{Đ/S: } a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}$$

BÀI 25: Giải bài toán sau bằng phương pháp định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng. Một vật m_1 được đặt trên một mặt phẳng nghiêng với mặt phẳng nằm nghiêng một góc. Dùng một sợi dây, một đầu buộc m_1 , vòng qua một ròng rọc, đầu kia treo một vật m_2 ($m_2 > m_1$). Hệ số ma sát giữa m_1 với mặt phẳng nghiêng là k . Giữa m_2 và mặt phẳng thẳng đứng không có ma sát. Tính gia tốc của hệ.

$$\text{Đ/S: } a = \frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha - k m_1 \cos \alpha)g}{(m_1 + m_2)}$$

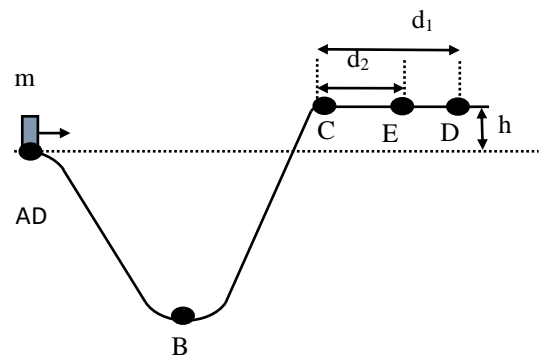
BÀI 26: Một viên bi được thả không vận tốc ban đầu từ A và có thể trượt không ma sát trên một đường rãnh ABCDEF với BCDEB là đường tròn bán kính R như hình vẽ. Chênh lệch độ cao giữa hai điểm A và D là h. Giả thiết rằng kích thước viên bi là không đáng kể, g là gia tốc trọng trường.



- a) Tính độ cao h nhỏ nhất để viên bi không rời khỏi đường rãnh
- b) Tính vận tốc viên bi tại F

Đ/S: a) $h = \frac{R}{2}$; b) $v = \sqrt{5gR}$

BÀI 27: Một vật có khối lượng $m = 0,5$ kg trượt với vận tốc ban đầu là: $v_0 = 6$ m/s dọc theo một đường rãnh ABCD có hình dạng như hình vẽ. Độ chênh lệch độ cao giữa hai điểm A và C là $h = 1,1$ m. Hệ số ma sát trên một đoạn đường thẳng CD là $k=0,6$. Cho $g = 9,8$ m/s².



- a) Nếu bỏ qua ma sát trên đoạn đường cong ABC thì vật dừng lại tại D cách C một khoảng d_1 . Tính vận tốc tại C và quãng đường d_1 .
- b) Nếu tính đến ma sát trên đoạn đường ABC thì vật dừng lại tại E cách C một khoảng $d_2=0,7$ m. Hãy tính vận tốc của vật tại C và công của lực ma sát trên đoạn ABC.

Đ/S: a) $v_c = 3,8$ (m/s), $d_1 = 1,23$ (m) ; b) $v'_c = 2,9$ (m/s), $A_{fms} = -1,56$ (J)

► **ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN** ◀

BÀI 28: Cho 3 chất điểm có khối lượng m_1, m_2, m_3 , đặt lần lượt tại ba đỉnh của một tam giác đều cạnh a. Xác định khối tâm của hệ 3 chất điểm trong các trường hợp sau:

a. $m_1 = m_2 = m_3$. b. $2m_1 = m_2 = m_3$

Đ/S: a. $x_{C1} = 0; y_{C1} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$; b. $x_{C2} = 0; y_{C2} = \frac{a\sqrt{3}}{10}$

BÀI 29: Một vô lăng hình đĩa tròn đồng chất có khối lượng là 500kg, bán kính là 20cm đang quay quanh trục của nó với vận tốc 480 vòng/phút. Tác dụng mômen hãm lên vô lăng. Tìm mômen hãm lên vô lăng khi:

- Vô lăng dừng lại sau khi hãm 50 giây
- Vô lăng dừng lại sau khi đã quay thêm 200 vòng nữa.

Đ/S: a) $-10Nm$; b) $-1Nm$

BÀI 30: Trái Đất coi như là hình cầu có khối lượng $6 \cdot 10^{24}$ kg, bán kính 6400km, tự quay quanh trục đối xứng của nó với chu kì 24 giờ. Tính động năng của Trái Đất trong chuyển động tự quay này.

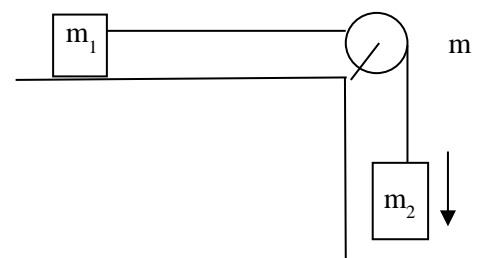
Đ/S: $K = 2,6 \cdot 10^{30} J$

BÀI 31: Hai vật có khối lượng lần lượt là $m_1 = 2kg$, $m_2 = 1kg$, được nối với nhau bằng sợi dây vắt qua một ròng rọc là một đĩa tròn; ma sát không đáng kể và khối lượng là $m = 1kg$. Tìm:

- Gia tốc của các vật.
- Sức căng của các dây treo.

Đ/S: a) $a = 2,8m/s^2$; b) $T_1 = 14N$, $T_2 = 12,6N$

BÀI 32: Cho hệ cơ học như hình vẽ hai vật có khối lượng lần lượt là m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một sợi dây có khối lượng không đáng kể vắt qua một ròng rọc. Ròng rọc là một đĩa tròn có khối



lượng là m và bán kính là $R = 10$ cm. Cho biết $m_1 = 2kg$, $m = 1kg$, gia tốc của hai vật m_1 và m_2 là $a = 5m/s^2$. Cho $g = 10m/s^2$ và bỏ qua mọi ma sát. Tính:

- Mômen quán tính của ròng rọc đối với trục quay của nó.
- Khối lượng của m_2 và lực căng của hai đoạn dây.
- Động năng của hệ $t = 2s$ (kể từ lúc hệ bắt đầu chuyển động).

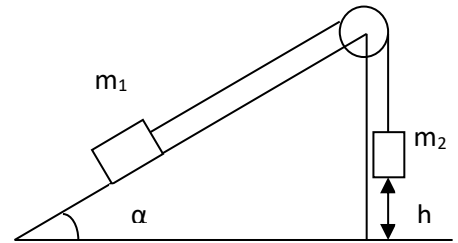
Đ/S: a. $I = 5 \cdot 10^{-3} (kg \cdot m^2)$

b. $m_2 = 2,5 \text{ (kg)}$; $T_1 = 10 \text{ (N)}$; $T_2 = 250 \text{ (J)}$

c. $K = 250 \text{ (J)}$

BÀI 33: Một vật khối lượng $m_1=10\text{kg}$ trượt theo một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$ so với mặt phẳng ngang. Vật được nối với vật khối lượng $m_2=10\text{kg}$ bằng một sợi dây vắt qua ròng rọc. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) Bỏ qua khối lượng ròng rọc, cho biết vật m_2 đi xuống với vận tốc không đổi. Tính hệ số ma sát giữa mặt phẳng nghiêng với vật m_1 .



- b) Thay m_1 bằng một vật khác nhẹ hơn có khối lượng $m_3 = 2\text{kg}$ và hệ số ma sát $k'= 0,2$. Khối lượng của ròng rọc bây giờ không được bỏ qua, cho biết ròng rọc có khối lượng $m = 2\text{kg}$ và có dạng đĩa tròn. Vật m_2 sẽ đi xuống với gia tốc bằng bao nhiêu.
- c) Trong câu b, giả sử lúc đầu m_2 cách mặt đất $h = 6\text{m}$. Tính thời gian từ lúc m_2 bắt đầu chuyển động cho đến khi chạm đất và vận tốc m_2 lúc chạm đất. Sau khi m_2 chạm đất, vật m_3 đi lên theo mặt phẳng nghiêng một đoạn bao nhiêu thì dừng lại và đi xuống

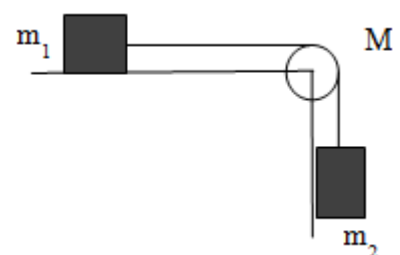
Đ/S: a. $K = 0,577$

b. $a = 6,66 \text{ (m/s}^2\text{)}$

c. $t = 1,35 \text{ (s)}$; $v = 8,9 \text{ (m/s)}$; $s_3 = 5,88 \text{ (m)}$

BÀI 34: Cho hệ như hình vẽ. Cho $m_1 = 1\text{kg}$; $m_2 = 2\text{kg}$. Ròng rọc là một đĩa tròn đặc có khối lượng $M = 2\text{kg}$. Hệ số ma sát giữa m_1 và mặt phẳng ngang là $k = 0,1$.

- a) Gia tốc chuyển động của hệ và lực căng trên các đoạn dây.



- b) Lúc hệ bắt đầu chuyển động thì m_1 còn cách ròng rọc một đoạn $s = 1\text{m}$. Tính vận tốc của m_1 khi chạm ròng rọc và thời gian thực hiện đoạn ấy.

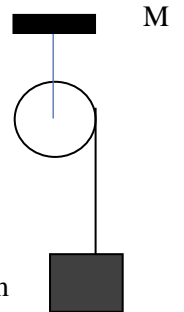
Đ/S: a. $a = 4,75 \text{ (m/s}^2\text{)}$; $T_1 = 5,75 \text{ N}$; $T_2 = 10,5 \text{ N}$

b. $t = 0,65 \text{ s}; v = 3,03 \text{ (m/s)}$

BÀI 35: Một bánh xe có khối lượng $M = 25\text{kg}$ và bán kính $R = 0.4\text{m}$ được xem như một đĩa tròn đặc đồng chất, đang quay với vận tốc góc $\omega = 900$ vòng/phút quanh một trục nằm ngang được giữ cố định.

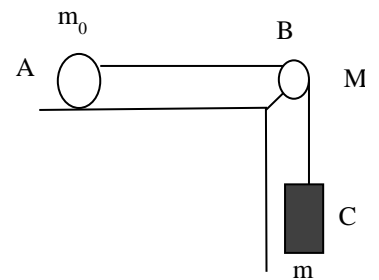
a) Tác dụng lên vành bánh xe theo phương tiếp tuyến với nó một lực cản thì sau một thời gian $\Delta t = 30$ giây, bánh xe dừng lại hẳn. Tính lực cản tác dụng lên vành bánh xe.

b) Dùng một dây không co giãn, khối lượng không đáng kể quấn quanh vành bánh xe và buộc vào đầu dây còn lại một vật có khối lượng $m = 1,2 \text{ kg}$. Thả vật m rơi xuống. Tính gia tốc vật rơi và lực căng dây. Cho $g = 9,9 \text{ m/s}^2$.



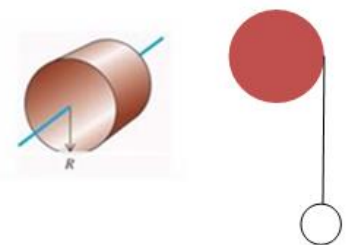
Đ/S: a. $F_c = -15,7 \text{ N}$, b. $a = 0,86 \text{ m/s}^2; T = 10,75 \text{ N}$

BÀI 36: Cho một hệ như hình vẽ: vật A có khối lượng $m_0 = 2 \text{ kg}$ là một vành tròn rỗng có thể lăn không trượt trên một mặt phẳng ngang, vật B là ròng rọc được xem như một đĩa tròn đặc, có khối lượng $M = 4 \text{ kg}$, vật C có khối lượng $m = 1\text{kg}$. Tính gia tốc chuyển động của vật C, các lực căng dây và lực ma sát giữa vật A và mặt phẳng ngang. Cho $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



Đ/S: $a = 1,4 \text{ m/s}^2, T = 8,4 \text{ N}; T_2 = 5,6 \text{ N}; F_{ms} = 2,8 \text{ N}$

BÀI 37: Một trụ quay hình trụ đặc khối lượng $M = 10\text{kg}$ có thể quay xung quanh một trục nằm ngang. Trên trụ có cuốn một sợi dây. Một đầu tự do của dây có treo một quả nặng có khối lượng $m = 2\text{kg}$. Hãy:



a) Tìm gia tốc của quả nặng nếu để nó tự chuyển động. Bỏ qua sức cản của không khí.

b) Tính lực căng của dây.

Đ/S: a) $a = 2,8\text{m/s}^2$; b) $T = 14\text{N}$.

Chương 2.

CƠ HỌC CHẤT LỎNG

Khác với vật rắn, chất lỏng có đặc điểm là không có hình dạng nhất định mà hình dạng của khối chất lỏng phụ thuộc hình dạng bình chứa nó. Lý do là các phân tử chất lỏng có thể dịch chuyển đối với nhau. Tuy nhiên lực phân tử ở chất lỏng đã khá lớn, nên chất lỏng chống lại mạnh mẽ biến dạng nén. Vì thế tích chất lỏng hầu như không đổi, chất lỏng khó nén. Với nước, khi tăng áp suất từ 1 lên 100 at-môt-phe, khối lượng riêng của nước chỉ tăng có 0,5%. Lực phân tử ít gây cản trở chuyển động tương đối giữa các lớp chất lỏng nên chất lỏng có thể chảy dễ dàng. Ta nói chất lỏng có nội ma sát bé.

Để đơn giản, ta sẽ nghiên cứu chất lỏng lý tưởng: đó là chất lỏng có thể tích không đổi và có thể chảy mà không chịu lực cản nào. Chất lỏng lý tưởng là chất lỏng không chịu nén và không có nội ma sát.

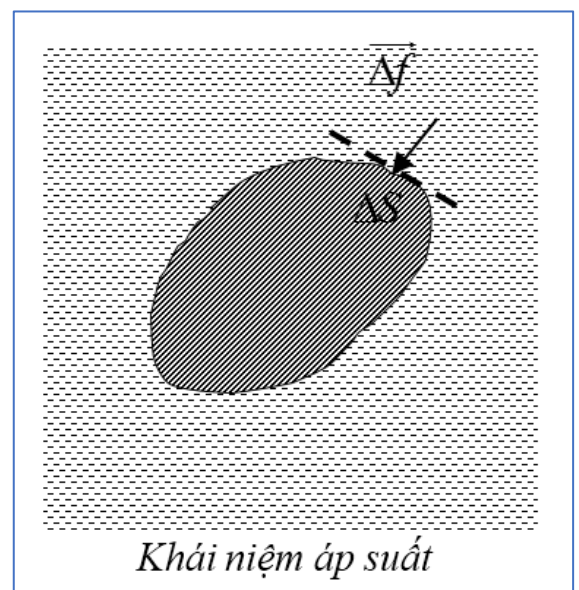
Trong chương này, ta sẽ nhắc lại vắn tắt vài kiến thức về thủy tĩnh học và xét chuyển động của chất lỏng lý tưởng.

2.1 KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU VỀ THỦY TĨNH HỌC

2.1.1 Định luật Pascal

2.1.1.1 Áp suất

Ta xét chất lỏng lý tưởng ở trạng thái cân bằng. Trong lòng chất lỏng, ta tưởng tượng tách riêng ra một thể tích nhỏ. Thể tích này chịu các lực tác dụng từ các phần chất lỏng xung quanh. Vì không có lực cản chuyển động trượt giữa các lớp chất lỏng nên các lực tác dụng sẽ không có thành phần trên mặt tiếp tuyến. Nói khác đi các lực tác dụng lên thể tích ta xét phải vuông góc với mặt bao bọc thể tích đó.



Giả sử trên diện tích ΔS của mặt ngoài của thể tích chất lỏng có lực tác dụng $\vec{\Delta f}$ vuông góc với ΔS . Khi đó áp suất trên mặt ΔS là đại lượng:

$$p = \frac{|\vec{\Delta f}|}{\Delta S} \quad [2-1]$$

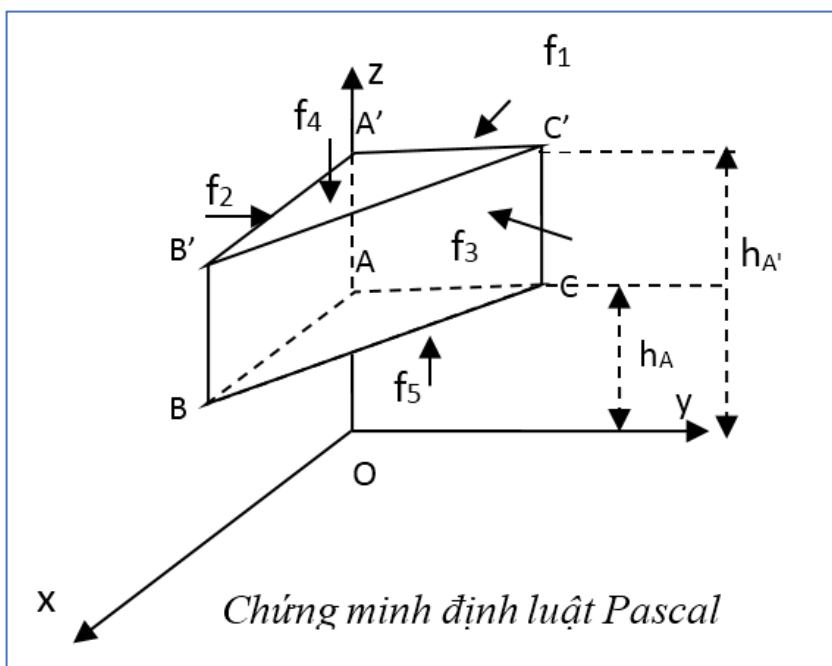
Áp suất là đại lượng vô hướng và biểu thị mức độ tác dụng của lực khi xét về chất lỏng. Áp suất định nghĩa như trên còn gọi là *áp suất tĩnh*.

Trong Bảng đơn vị đo lường hợp pháp, đơn vị áp suất là *Newton trên mét vuông*, ký hiệu là $\frac{N}{m^2}$.

2.1.1.2 Định luật Pascal

a) Định luật: *Tại một điểm trong chất lỏng lý tưởng cân bằng, áp suất theo mọi phương là bằng nhau và nếu điểm ấy của khối chất lỏng chịu một độ tăng áp suất từ bên ngoài thì độ tăng áp suất sẽ truyền nguyên vẹn theo mọi phương cho toàn khối chất lỏng.*

Định luật này đã được Pascal chứng minh bằng thực nghiệm. Sau đây ta sẽ chứng minh định luật dựa vào tính chất của chất lỏng lý tưởng ở trạng thái cân bằng. ta tưởng tượng tách riêng ra một thể tích chất lỏng khá nhỏ có dạng một hình lăng trụ tam giác. Điều kiện để khối lăng trụ cân bằng sẽ là tổng các lực tác dụng lên các mặt bên $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ bằng không:



$$\vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 = 0 \quad [2-2]$$

Còn các lực \vec{f}_4 và \vec{f}_5 đặt lên hai đáy luôn triệt tiêu nhau:

$$\vec{f}_4 + \vec{f}_5 = 0 \quad [5-3]$$

Muốn vậy ba vectơ biểu diễn ba lực $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ phải hợp thành một tam giác. Tam giác này đồng dạng với tam

giác đáy của khối lăng trụ (vì có cạnh tương ứng vuông góc). Tính chất đồng dạng cho ta:

$$\frac{f_1}{C'A'} = \frac{f_2}{A'B'} = \frac{f_3}{B'C'} \quad [2-4]$$

Mặt khác, các lực f_1, f_2, f_3 gây ra các áp suất tương ứng là:

$$p_1 = \frac{f_1}{C'A'.A'A}; p_2 = \frac{f_2}{A'B'.A'A}; p_3 = \frac{f_3}{B'C'.A'A} \quad [2-5]$$

So sánh [2-4] và [2-5] ta thấy $p_1 = p_2 = p_3$.

Nếu làm cho khối lăng trụ tam giác trở thành vô cùng bé, tới giới hạn là một điểm thì các áp suất p_1, p_2, p_3 sẽ là áp suất tại một điểm nhưng tác dụng theo các phương khác nhau. *Vậy: tại một điểm trong chất lỏng lý tưởng ở trạng thái cân bằng, áp suất tác dụng theo mọi phương là bằng nhau.*

Do tính chất không chịu nén của chất lỏng, khi ở trạng thái cân bằng, áp suất sẽ được truyền từ điểm này sang điểm khác trong chất lỏng mà không bị thay đổi. Dựa vào tính chất vừa chứng minh được, ta nói rằng: *trong chất lỏng lý tưởng áp suất truyền nguyên vẹn theo mọi phương.*

2.1.2 Định luật cơ bản của thủy tĩnh học

2.1.2.1 Định luật cơ bản

Khi đưa ra phương trình [2-3] ta đã bỏ qua ảnh hưởng của trọng lượng cột chất lỏng có chiều cao là $A'A$ và có đáy là tam giác ABC hay $A'B'C'$. Trọng lượng của cột chất lỏng đó là $g \cdot \rho \cdot A'A \cdot S$; trong đó ρ là khối lượng riêng của chất lỏng, $A'A = h_A - h_{A'}$, S là diện tích tam giác ABC . Như vậy nếu chú ý đến trọng lượng cột chất lỏng, điều kiện cân bằng ở phương trình [2-3] bây giờ là:

$$f_4 + g \cdot \rho \cdot (h_A - h_{A'}) S = f_5 \quad [2-6]$$

Gọi p_A và $p_{A'}$ là các áp suất do \vec{f}_4 và \vec{f}_5 gây ra tại các mặt đáy tương ứng, ta có:

$$p_A = \frac{f_4}{S}, p_{A'} = \frac{f_5}{S}$$

Khi đó chia hai vế của [2-6] ta được:

$$p_A + \rho g (h_A - h_{A'}) = p_{A'}$$

Cuối cùng ta được:

$$p_A + \rho gh_A = p_{A'} + \rho gh_{A'} \quad [2-7]$$

Ta gọi áp suất do trọng lượng cột chất lỏng gây ra ρgh là áp suất thủy lực. Theo phương trình [2-7], ta phát biểu định luật cơ bản của thủy tĩnh học như sau:

Trong lòng chất lỏng lý tưởng ở trạng thái cân bằng, tổng của áp suất tĩnh và áp suất thủy lực là một số không đổi.

Ta có phương trình tổng quát:

$$p + \rho gh = \text{const} \quad [2-8]$$

2.1.2.2 Hệ quả

► **Hệ quả 1:** Nếu $h_A = h_{A'}$, theo [2-7] ta có $p_A = p_{A'}$. Vậy các điểm có cùng độ cao ở trong chất lỏng cân bằng, sẽ có cùng áp suất tĩnh.

► **Hệ quả 2:** Trong bình thông đáy, nếu áp suất trên mặt thoáng ở các ống bằng nhau, tức là $p_A = p_{A'}$, thì ta suy ra $h_A = h_{A'}$. Khi đó, mặt thoáng ở các bình thông đáy có cùng độ cao.

2.1.3 Định luật Archimedes

Mọi vật nhúng trong chất lỏng lý tưởng ở trạng thái cân bằng đều bị chất lỏng đó tác dụng một lực đẩy lên phía trên. Lực này có độ lớn bằng trọng lượng của thể tích chất lỏng bị chiếm chỗ và đặt tại trọng tâm của phần chất lỏng bị vật chiếm chỗ.

Lực đẩy do chất lỏng gây ra gọi là lực Archimedes. Có thể chứng minh chặt chẽ định luật Archimedes dựa vào các điều kiện cân bằng của vật nhúng trong chất lỏng. Ở đây ta chỉ nêu lên sự phân tích định tính như sau: Một vật rắn khi nhúng trong chất lỏng sẽ chịu những áp lực từ phía chất lỏng, các áp lực này càng xuống sâu càng lớn hơn. Do đó tổng hợp các áp lực mà chất lỏng tác dụng lên vật rắn sẽ hướng lên trên.

Nếu ta quan niệm thể tích lăng trụ tam giác là một vật rắn thì phương trình cân bằng lực [2-6] cho ta thấy rằng chất lỏng đã đẩy vật rắn lên phía trên với lực đẩy

là: $f_5 - f_4 = g \cdot \rho \cdot (h_A - h_{A'}) S$ bằng trọng lượng của thể tích chất lỏng bị chiếm chỗ.

Phương của lực đẩy Archimedes là phương thẳng đứng.

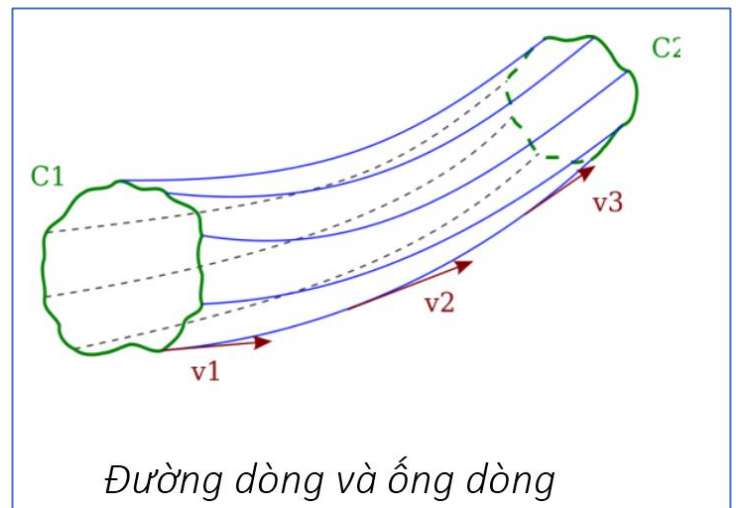
2.2 CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG

2.2.1 Những khái niệm cơ bản. Phương trình liên tục

2.2.1.1 Đường dòng và ống dòng.

Trạng thái chuyển động của chất lỏng ở một thời điểm được xác định bằng tập hợp các vectơ vận tốc của tất cả các phần tử trong chất lỏng. Tại mỗi điểm trong không gian có một vectơ vận tốc ứng với vận tốc của phần tử chất lỏng tại điểm đó. Tập hợp vectơ vận tốc tại tất cả các điểm trong khoảng không gian đó được gọi là trường vectơ. Ở mỗi thời điểm

trạng thái chuyển động của chất lỏng được đặc trưng bằng một trường vectơ nhất định. Nếu trường vectơ vận tốc không thay đổi theo thời gian, thì dòng được gọi là dòng ổn định. Ở đây, ta chỉ xét những dòng



chất lỏng ổn định. Để mô tả trạng thái chuyển động của chất lỏng, hay nói cách khác, để phân loại những vectơ vận tốc của trường vectơ đó, người ta đưa ra khái niệm đường dòng. Đường dòng được định nghĩa như sau:

► Đường dòng (trong một dòng ổn định) của chất lỏng chuyển động là những đường cong mà tiếp tuyến tại mỗi điểm của nó có phương trùng với vectơ vận tốc tại điểm đó và có chiều là chiều chuyển động của chất lỏng

► Khi xét toàn khối chất lỏng chuyển động ta có tập hợp những đường dòng. Tập hợp những đường dòng dựa trên chu vi nào đó tạo nên một ống gọi là ống dòng.

2.2.1.2 Trạng thái dừng

Nói chung vectơ vận tốc của các phần tử chất lỏng thay đổi liên tục cả về độ lớn lẫn phương, nên vận tốc tại một điểm cũng thay đổi theo thời gian. Trường hợp

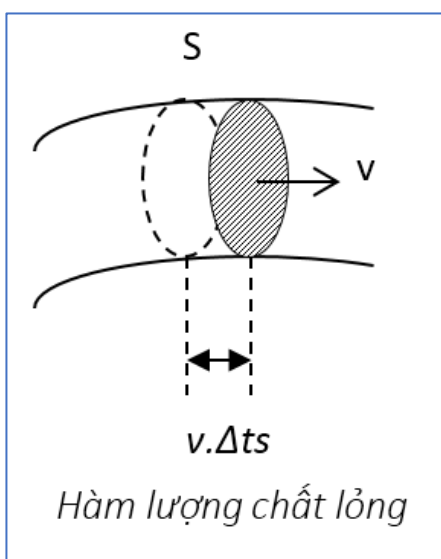
chất lỏng chuyển động sao cho vận tốc của các phần tử chất lỏng khi đi qua mỗi vị trí nhất định không thay đổi theo thời gian (tức là dòng ổn định), thì trạng thái chuyển động được gọi là *trạng thái dừng*. Nói cách khác, *trạng thái dừng của chất lỏng là trạng thái chuyển động mà tại mỗi vị trí nhất định, vận tốc của chất lỏng không thay đổi theo thời gian*.

Chất lỏng chuyển động ở trạng thái dừng có những đặc điểm sau:

- Đường dòng và ống dòng của chất lỏng không thay đổi theo thời gian.
- Các đường dòng không cắt nhau.
- Mỗi đường dòng chính là quỹ đạo của mỗi phần tử chất lỏng.
- Phần chất lỏng ở trong một ống dòng không chảy qua thành ống dòng đó.

2.2.1.3 Phương trình liên tục

a) Lưu lượng của chất lỏng



Xét khối chất lỏng chuyển động ở trạng thái dừng trong một ống dòng. Gọi S là tiết diện của một diện tích bất kỳ của ống dòng vuông góc với đường dòng và v là vận tốc của chất lỏng tại tiết diện đó. Trong khoảng thời gian Δt mỗi phần tử chất lỏng ở tiết diện đó sẽ đi được một quãng đường $v\Delta t$. Do đó trong khoảng thời gian Δt , thể tích chất lỏng chảy qua tiết diện S đó là $Sv\Delta t$.

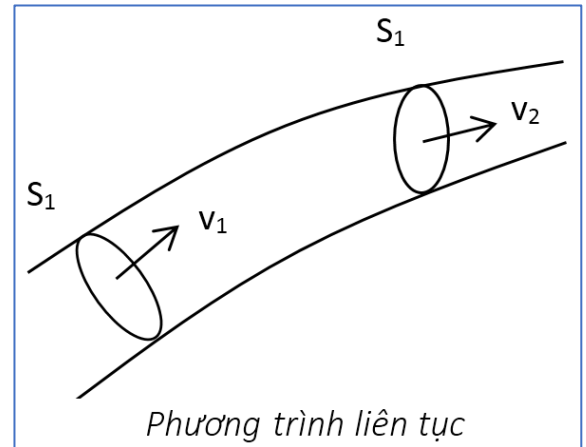
Ta suy ra, trong một đơn vị thời gian, thể tích chất lỏng chảy qua S là:

$$Q = S \cdot v \quad [2-9]$$

Q gọi là lưu lượng của chất lỏng qua tiết diện S . Vậy, *lưu lượng của chất lỏng qua một tiết diện là thể tích chất lỏng chảy qua tiết diện đó trong một đơn vị thời gian*. Lưu lượng qua một tiết diện có trị số bằng tích số giữa diện tích tiết diện vuông góc và vận tốc chất lỏng ở tiết diện đó.

b) Phương trình liên tục

Xét lưu lượng chất lỏng chảy qua các tiết diện S_1, S_2 khác nhau của cùng một ống dòng. Tại S_1 chất lỏng có vận tốc \vec{v}_1 , tại S_2 chất lỏng có vận tốc \vec{v}_2 . Giả sử chất lỏng chuyển động ở trạng thái dừng, không chảy qua thành ống. Vì chất lỏng không chịu nén, ống dòng S_1S_2 liên tục (không có chỗ rỗng hoặc chỗ tích tụ chất lỏng) nên lưu lượng chất lỏng chảy qua S_1 và S_2 phải bằng nhau:



$$Q_1 = Q_2$$

hay là: $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$ [2-10]

Vì S_1, S_2 chọn bất kỳ, nên từ [2-2] ta suy ra:

$$S \cdot v = \text{const} \quad [2-11]$$

Công thức [2-11] gọi là phương trình liên tục của chất lỏng và có thể phát biểu như sau: *Lưu lượng của chất lỏng qua một tiết diện bất kỳ trong cùng một ống dòng là một đại lượng không đổi.*

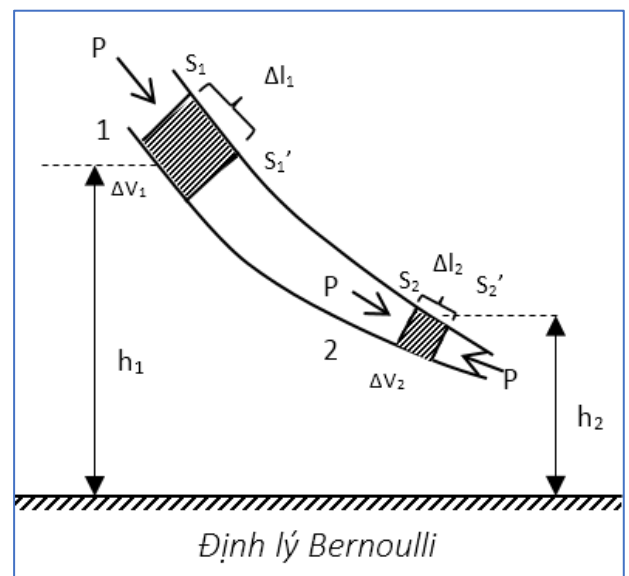
Theo [2-11] ta thấy tại những vị trí mà tiết diện của ống dòng S bé, chất lỏng có vận tốc v lớn, các đường dòng mau. Ngược lại, tại những vị trí mà S lớn, chất lỏng có vận tốc v bé, các đường dòng thưa hơn.

Chú ý: Phương trình [2-11] cũng đúng cho mọi ống dòng của chất lỏng thực chuyển động ở trạng thái dừng.

2.2.2 Định lý Bernoulli

Giả sử chất lỏng chuyển động ở trạng thái dừng, chúng ta khảo sát chuyển động của khối chất lỏng giới hạn bởi ống dòng và các tiết diện S_1, S_2 vuông góc với các đường dòng.

Ở vị trí 1 ống dòng có tiết diện S_1 , chất lỏng có vận tốc v_1 áp suất p_1 . Tương tự ở



vị trí 2 có S_1, v_1, p_1 . S_1 và S_2 có độ cao là h_1 và h_2 so với vị trí quy ước có thể năng trọng lượng bằng không.

Ta sẽ tìm mối quan hệ giữa các thông số v, ρ (khối lượng riêng của chất lỏng) và h tức là thiết lập phương trình mô tả chuyển động của chất lỏng.

2.2.2.1 Phương trình Bernoulli.

Giả sử sau khoảng thời gian Δt , khối chất lỏng $S_1 S_2$ chuyển đến vị trí $S'_1 S'_2$. Ta có:

$$\begin{aligned} S_1 S'_1 &= v_1 \cdot \Delta t = \Delta l_1 \\ S_2 S'_2 &= v_2 \cdot \Delta t = \Delta l_2 \end{aligned}$$

Vậy trong khoảng thời gian Δt thể tích chất lỏng chảy qua S_1 là $\Delta V_1 = S_1 v_1 \Delta t = S_1 \cdot \Delta l_1$, qua S_2 là $\Delta V_2 = S_2 v_2 \Delta t = S_2 \cdot \Delta l_2$.

Theo phương trình liên tục (5-11) ta có: $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$.

Cơ năng của mỗi phần tử chất lỏng ΔV bao gồm động năng $\Delta V \rho \frac{v^2}{2}$ và thế năng trọng trường $\Delta V \rho g h$. Khi chảy từ vị trí $S_1 S_2$ đến vị trí $S'_1 S'_2$, thì phần chất lỏng ở giữa các tiết diện S'_1 và S_2 không thay đổi, nên có thể coi như chỉ có khối chất lỏng ΔV từ $S_1 S'_1$ chảy sang vị trí $S_2 S'_2$. Nghĩa là sự thay đổi cơ năng của khối chất lỏng $S_1 S_2$ trong khoảng thời gian Δt bằng sự thay đổi cơ năng của các khối chất lỏng ΔV_1 và ΔV_2 (hay của ΔV ở vị trí 1 và vị trí 2). Ta có:

$$\begin{aligned} \Delta W &= \left(\rho \frac{\Delta V_2 \cdot v_2^2}{2} + \rho \Delta V_2 \cdot g h_2 \right) - \left(\rho \frac{\Delta V_1 \cdot v_1^2}{2} + \rho \Delta V_1 \cdot g h_1 \right) \\ \text{hay là:} \quad \Delta W &= \Delta V \left(\rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g h_2 \right) - \Delta V \left(\rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g h_1 \right) \end{aligned} \quad [5-12]$$

Vì chất lỏng lý tưởng (không có nội ma sát) nên theo [1.3-9], độ biến thiên năng lượng ΔW bằng công ngoại lực thực hiện được trong quá trình chuyển dời $\Delta W = A$. Ta biết áp suất p_1, p_2 gây ra trên S_1, S_2 những áp lực $p_1 S_1, p_2 S_2$ và làm cho chất lỏng chuyển động. Áp lực $p_1 S_1$ đẩy khối chất lỏng ΔW chảy vào tiết diện S_1 , nên công $p_1 S_1 \Delta l_1$ mà nó thực hiện là công dương; còn áp lực $p_2 S_2$ ngăn cản khối chất lỏng ΔV chảy ra khỏi tiết diện S_2 nên công $p_2 S_2, \Delta l_2$ mà nó thực hiện được là công âm. Vậy công tổng cộng là:

$$A = p_1 S_1 \Delta l_1 - p_2 S_2 \Delta l_2 \quad [2-13]$$

mà $S_1 \Delta l_1 = S_2 \Delta l_2 = \Delta V$, nên [2-13] trở thành

$$A = (p_1 - p_2) \Delta V \quad [2-14]$$

So sánh [2-14] và [2-12] ta được

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2$$

Vì vị trí 1 và 2 chọn tùy ý, nên từ [2-15] ta rút ra:

$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const} \quad [2-15]$$

Đó là phương trình Bernoulli.

2.2.2.2 Định lý Bernoulli

Trong phương trình [2-15]:

- ❖ $\rho \frac{v^2}{2}$ là động năng riêng của chất lỏng (tức là động năng của một đơn vị thể tích)
- ❖ $\rho g h$ là thế năng riêng của chất lỏng.
- ❖ p là năng lượng riêng của áp suất.

Gọi p là năng lượng riêng vì p đo bằng $\text{N/m}^2 = \text{N.m/m}^3 = \text{J/m}^3$, đó là đơn vị đo năng lượng của một đơn vị thể tích. Vậy định lý Bernoulli có thể phát biểu:

Tổng năng lượng riêng của áp suất, động năng và thế năng riêng của chất lỏng lý tưởng là một hằng số.

Như vậy về thực chất định lý Bernoulli là định luật bảo toàn năng lượng đối với dòng chất lỏng chuyển động.

► **Chú ý:** Bằng cách so sánh đơn vị đo áp suất và đơn vị đo năng lượng riêng như trên, ta có thể coi các số hạng trong [2-15] là áp suất. Trong đó:

- ❖ p là áp suất tĩnh. Nó do ngoại lực gây nên và là nguyên nhân gây ra chuyển động. Nó không phụ thuộc chuyển động của chất lỏng
- ❖ $\rho \frac{v^2}{2}$ là áp suất động. Nó do chuyển động của chất lỏng gây ra khi bị chặn lại.

❖ ρgh là áp suất thủy lực. Nó do chiều cao của cột chất lỏng gây ra.

Do đó có thể phát biểu định lý Bernoulli một cách khác: Trong một dòng ổn định của chất lỏng lý tưởng, tổng áp suất tĩnh, áp suất động và áp suất thủy lực là một đại lượng không đổi.

Định lý Bernoulli cũng có thể áp dụng gần đúng cho chất khí chuyển động thành dòng với vận tốc khá lớn.

2.2.3 VÀI ỨNG DỤNG CỦA ĐỊNH LÝ BERNOULLI

2.2.3.1 Định lý Torixenli.

Xét bình đựng chất lỏng, chiều cao cột chất lỏng là h ; nếu ta mở vòi ở sát đáy bình thì chất lỏng sẽ chảy ra với vận tốc v . Hãy xác định vận tốc v đó.

Gọi vị trí chất lỏng ở mặt thoáng là vị trí 1, ở vòi 2 là vị trí 2. Ở vị trí 1 chất lỏng có áp suất $p_1=p_o$ (bằng áp suất khí quyển), chiều cao h , vận tốc v_1 . Tương ứng, ở vị trí 2, có áp suất tĩnh $p_2=p_o$, chiều cao $h_2=0$, vận tốc $v_2=v$. Ở mặt thoáng tiết diện của bình khá rộng, mực chất lỏng hạ xuống khá chậm, nên ta có thể coi $v_1=0$. Áp dụng [2-15]. Ta có:

$$\rho \frac{0}{2} + \rho gh + p_o = \rho \frac{v^2}{2} + \rho g \cdot 0 + p_o$$

Ta suy ra

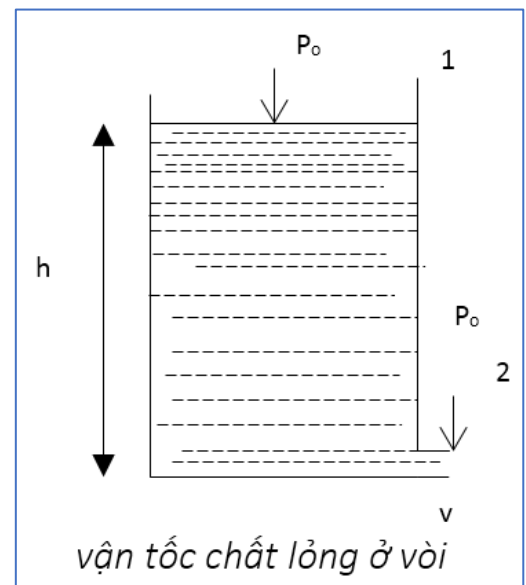
$$v = \sqrt{2gh} \quad [2-16]$$

Biểu thức [2-16] là định lý Torixenli.

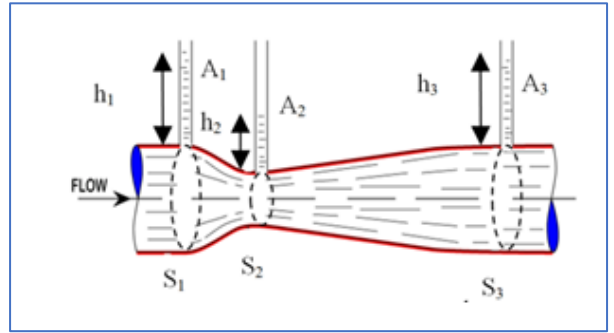
Theo [2-16] ta thấy vận tốc của phân tử chất lỏng khi ra khỏi bình có trị số bằng vận tốc của nó khi rơi tự do từ mặt thoáng đến vòi.

Ngược lại [2-16] cũng cho thấy nếu phân tử chất lỏng có vận tốc v , thì nó có khả năng phụt đến độ cao h . Vì vậy trong thực tế, muốn đưa chất lỏng lên cao, ta phải tăng vận tốc cho dòng chất lỏng (bằng máy bơm...)

2.2.3.2 Hiện tượng Venturi:



Hiện tượng Venturi là hiện tượng áp suất tĩnh giảm khi tiết diện của ống dòng hẹp lại.



Áp dụng định lý Bernoulli cho ống dòng nằm ngang ta thấy chiều cao h của mọi tiết diện đều bằng nhau, nếu đại lượng ρgh là hằng số. Do đó từ [2-15] ta rút ra:

$$\rho \frac{v^2}{2} + p = \text{const} \quad [2-17]$$

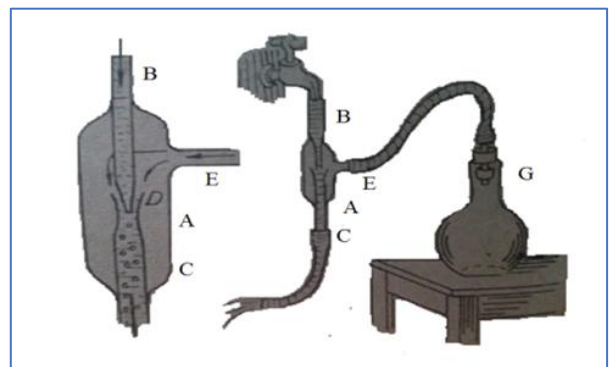
Công thức [2-17] chứng tỏ tại những chỗ thắt của ống dòng, chất lỏng có vận tốc v lớn thì theo [2-11] áp suất tĩnh p bé. Còn những chỗ tiết diện lớn chất lỏng có vận tốc bé nên có áp suất tĩnh lớn.

Điều đó có thể thấy được bằng việc đo áp suất ở S_1 , S_2 và S_3 : trong áp kế A_1 và A_3 chất lỏng dâng cao hơn là A_2 , điều này chứng tỏ áp suất tĩnh ở S_1 và S_3 lớn hơn ở S_2 . Tiết diện S_2 càng nhỏ so với S_1 và vận tốc chất lỏng trong nó càng lớn, thì áp suất p_2 càng giảm nhiều so với p_1 .

Hiện tượng Venturi có nhiều ứng dụng trong thực tế, sau đây chúng ta xét một vài ứng dụng của nó:

a) Bơm chân không dùng nước

Bơm chân không dùng nước gồm có bầu thủy tinh A, nối với bình cầu tạo chân không G bằng ống dẫn khí E. trong bầu A có ống dẫn nước BDC, ở D ống thắt lại.



Khi nước chảy trong ống BDC, thì dòng nước ở D sẽ chảy xiết. Do hiện tượng Venturi, ở khu vực D áp suất sẽ giảm và giảm đến mức thấp hơn áp suất của khí bên ngoài. Do đó không khí ở bầu A bị dòng nước cuốn đi và đưa ra ngoài theo ống C. Một phần không khí bị hút đi làm cho áp suất trong bình G giảm xuống.

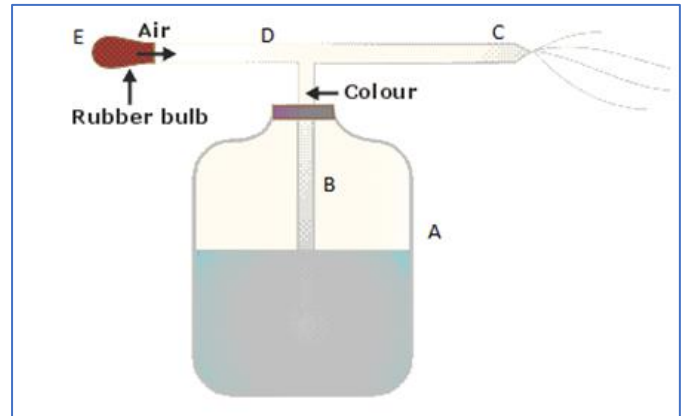
Máy bơm chân không này rất đơn giản và rất thuận tiện, được dùng nhiều trong các phòng thí nghiệm. Song nó có nhược điểm là không tạo được những chân

không cao, khi áp suất khí trong bình G bằng áp suất của dòng chất lỏng chảy ở vùng D, thì quá trình hút không còn tác dụng. Với lại bơm này trong bình G có thể tạo được chân không có áp suất vào khoảng 1/10 atmôphe.

b) Máy phun bụi nước

Máy gồm bình đựng chất lỏng A có ống dẫn chất lỏng B thông với ống dẫn khí D và vòi phun C. Ở C tiết diện ống dẫn khí thất lại.

Nguyên tắc làm việc của máy là từ bơm khí E ta tạo một dòng khí chuyển động trong ống DC. Ở C vì tiết diện của ống bị thắt lại, nên vận tốc của khí tăng lên.

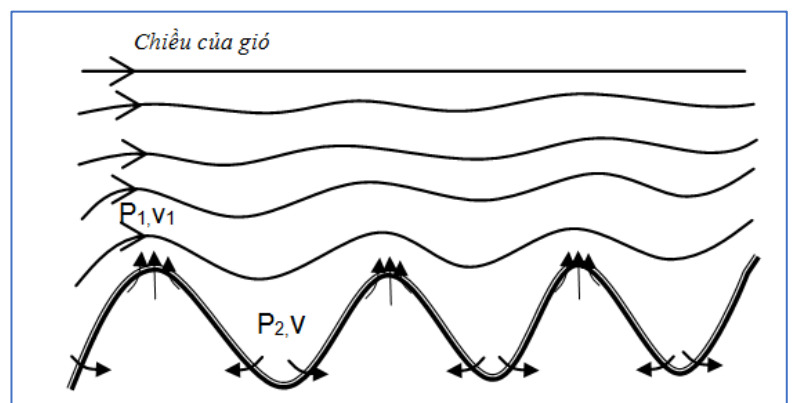


Do hiện tượng Venturi nên áp suất khí ở C giảm xuống và giảm đến mức thấp hơn áp suất khí trong bình A. Khi đó chất lỏng trong bình A bị hút lên theo ống B và được phun ra ngoài thành những hạt nhỏ như hạt bụi.

Nguyên tắc máy phun chất lỏng này được dùng để chế tạo bộ chế hòa khí ở động cơ nổ, máy phun nước tạo nên môi trường ẩm để ương cây (trong phòng thí nghiệm), bình phun nước hoa của thợ cắt tóc...

c) Sự trao đổi không khí của đất

Nếu gió thổi qua một vùng đất nhấp nhô (do bị cày lên hay do vun luống mà thành) thì lớp khí ở gần mặt đất có những đường dòng lượng theo bề mặt của dòng đất.



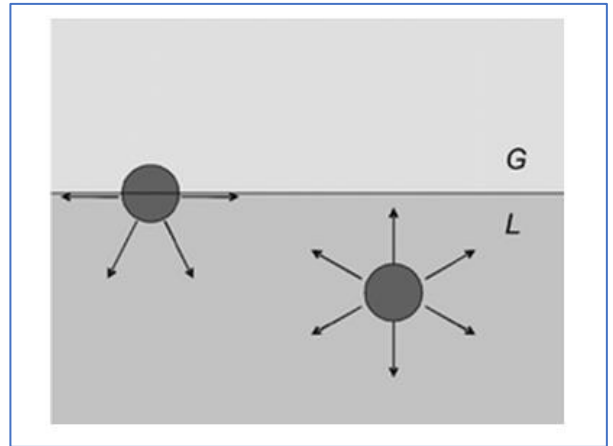
Như vậy ta có thể coi tại những chỗ lồi của mặt đất, ống dòng có tiết diện bé, những chỗ lõm có tiết diện lớn. Kết quả vận tốc của không khí tại những đỉnh nhấp nhô lớn hơn những chỗ lõm ($v_1 > v_2$). Do hiện tượng Venturi áp suất khí tại những chỗ lõm lớn hơn tại những đỉnh nhấp nhô ($p_2 > p_1$) nên không khí

được hút từ chỗ lõm đến chỗ lồi qua lớp đất (quá trình vận chuyển khí theo mũn hình trên). Nhờ có luồng khí qua mặt lớp đất như thế, nên đất được trao đổi không khí làm tăng lượng oxy và giảm lượng khí cacbôníc trong đất.

2.3 TRẠNG THÁI CĂNG MẶT NGOÀI CHẤT LỎNG

2.3.1 Áp suất phân tử và trạng thái căng mặt ngoài chất lỏng.

Trạng thái của phân tử A ở gần bề mặt của chất lỏng khác trạng thái của phân tử B ở trong lòng chất lỏng, vì sự phân bố các phân tử khác ở chung quanh các phân tử A và B là khác nhau. Hầu như không có lực tác dụng lên phân tử B vì các phân tử bố trí hầu như đối xứng quanh B, lực phân tử



giữa chúng với B triệt tiêu nhau. Phân tử A chỉ chịu lực phân tử của các phân tử ở một phía nên A chịu *một lực kéo vào trong lòng chất lỏng* (ở đây ta xét mặt thoáng của chất lỏng, phía trên chất lỏng là hơi bão hòa có mật độ phân tử rất bé so với chất lỏng). Vì lực phân tử có phạm vi tác dụng hẹp nên chỉ có một lớp mỏng trên bề mặt có tính chất như vậy (bề dày lớp này chỉ bằng vài lớp phân tử).

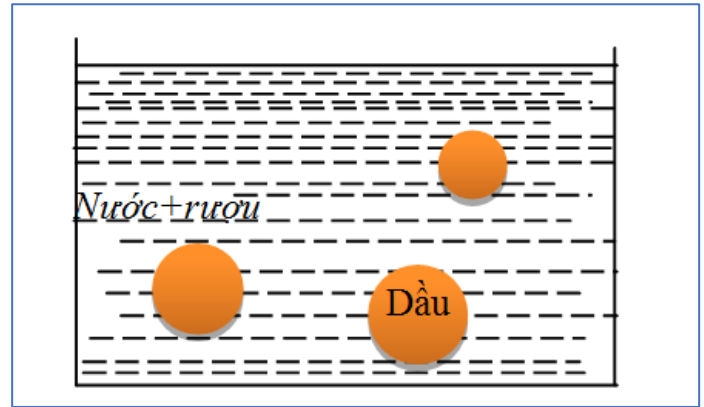
Lực kéo các phân tử như A vào trong lòng chất lỏng tạo ra áp suất phân tử ở chất lỏng. Tính áp suất phân tử một cách gần đúng theo công thức $p_i = \frac{a}{V_\mu^2}$, với H₂O

ta có $a = 5,47 \frac{atm \cdot m^3}{k.mol}$, $V_\mu = 0,018 m^3 / kmol$ ta được $p_i \approx 17.000 atm$. Nói chung áp suất

phân tử ở chất lỏng có trị số cực lớn. Dưới tác dụng của áp suất đó, các phân tử ở trong lòng chất lỏng xích gần lại đến mức có xuất hiện lực đẩy giữa các phân tử đó, lực đẩy này cân bằng với lực nén do lớp bề mặt gây ra.

Nếu chất lỏng không chịu tác dụng của ngoại lực thì ở trạng thái cân bằng, *lực nén các phân tử vào trong lòng chất lỏng có phương vuông góc với bề mặt chất lỏng*. Một thể tích chất lỏng không chịu tác dụng ngoại lực như vậy sẽ có dạng

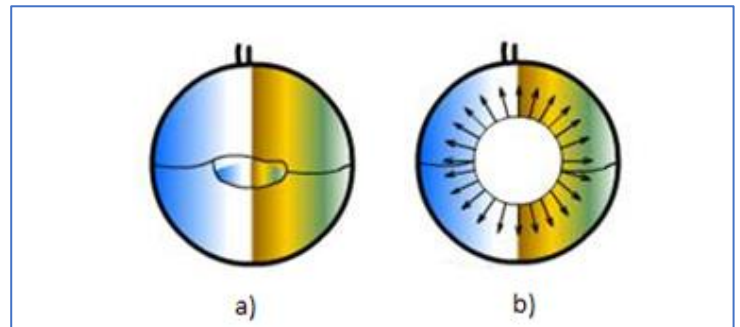
hình cầu. Ví dụ ta thả các giọt dầu vào trong một dung dịch cồn có cùng tỷ trọng, trọng lượng của giọt dầu cân bằng với lực đẩy Archimedes nên giọt dầu lơ lửng trong cồn và giọt dầu có dạng hình cầu.



Theo hình học, trong các vật có cùng thể tích thì khối cầu là vật có diện tích

mặt ngoài nhỏ nhất. Ví dụ với $V = 1\text{cm}^3$, diện tích mặt ngoài của hình hộp vuông là 6cm^2 còn của hình cầu chỉ có $4,8\text{cm}^2$. Như vậy do tác dụng của áp suất phân tử, chất lỏng tự do có xu thế giảm diện tích mặt ngoài đến nhỏ nhất. Ta nói *bề mặt chất lỏng tự do có xu hướng co lại*.

Nếu chất lỏng tiếp xúc với các vật khác và có tương tác với chúng thì xu thế giảm diện tích mặt ngoài đó sẽ dẫn tới *trạng thái căng bề mặt chất lỏng*. Ta hãy xét màng xà phòng hình thành trong một khung bằng dây kim loại. Thả nhẹ một vòng chỉ có hình dạng bất kỳ lên trên màng xà phòng. Khi làm thủng màng ở phải trong vòng chỉ



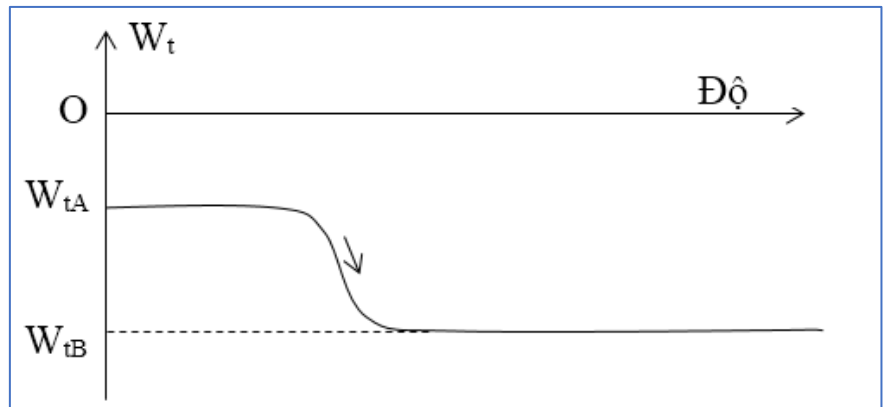
thì vòng chỉ sẽ căng tròn. Diện tích vòng tròn là lớn nhất còn diện tích của màng xà phòng co lại đến nhỏ nhất. Ta có thể nói vòng chỉ cùng với khung dây kim loại bao bên ngoài, làm căng màng xà phòng.

Khéo léo thả nhẹ một kim khâu nhỏ lên mặt nước trong một cốc nước. Ta thấy mặt nước đỡ không để kim bị chìm. Đó cũng là một ví dụ minh họa trạng thái căng của bề mặt chất lỏng. Mặt nước có xu thế co lại và đỡ được cái kim. Ta cũng có thể nói: thành cốc kéo căng mặt nước và đỡ được cái kim. Cũng nhờ sức căng bề mặt của nước mà côn trùng có thể đậu trên mặt nước (bằng cách đỡ một lớp váng dầu hỏa chẳng hạn) thì côn trùng sẽ bị chìm ngay.

2.3.2 Năng lượng bề mặt và lực căng mặt ngoài.

Trạng thái căng của bề mặt chất lỏng có thể xác định một cách định lượng qua năng lượng bề mặt E hoặc qua lực căng bề mặt f .

Thế năng W_{tA} của phân tử A trên bề mặt chất lỏng bằng tổng các thế năng giữa A và các phân tử bao quanh; cũng tương tự phân tử B ở trong lòng chất lỏng có thế năng W_{tB} . Rõ ràng là $|W_{tA}| < |W_{tB}|$ vì số phân tử chất lỏng bao quanh A ít



hơn so với B; nhưng các thế năng đó có trị số âm nên $W_{tA} > W_{tB}$. Như vậy thế năng của phân tử giảm khi phân tử đi từ bề mặt chất lỏng vào trong lòng chất lỏng. Do xu thế chuyển đến thế năng nhỏ nhất nên có thể nói phân tử A bị hút vào trong lòng chất lỏng.

Năng lượng mặt ngoài E bằng tổng của các hiệu số thế năng phân tử trên bề mặt so với thế năng phân tử ở trong lòng chất lỏng.

$$E = \Sigma(W_{tA} - W_{tB})$$

Rõ ràng là E tỷ lệ với số lượng phân tử trên bề mặt tức là tỷ lệ với diện tích của bề mặt chất lỏng. Ta viết:

$$E = \alpha S \quad [2-18]$$

α gọi là hệ số sức căng mặt ngoài, nó phản ánh tính chất của bề mặt và phụ thuộc vào hiệu số $(W_{tA} - W_{tB})$. Đơn vị của α là J/m^2 hay N/m .

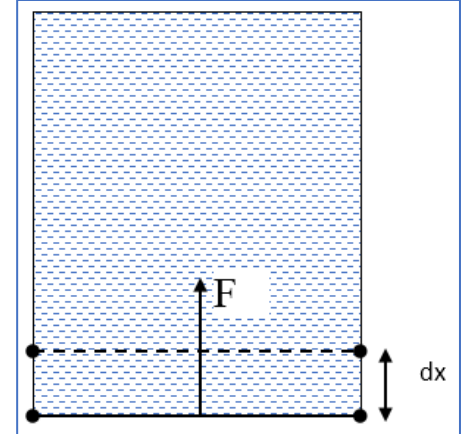
E có tính chất của thế năng nên có xu hướng giảm đến cực tiểu. α không thể âm vì như vậy sự giảm E sẽ dẫn tới sự tăng S , tăng diện tích mặt ngoài chất lỏng, điều này trái với thực tế. α phải là dương và như vậy xu hướng giảm E thể hiện thành xu thế giảm diện tích mặt ngoài chất lỏng như đã nói.

Trong điều kiện đẳng nhiệt, công do thay đổi S bằng độ giảm của năng lượng mặt ngoài E (vì thế năng E còn gọi là năng lượng tự do).

Gọi F là lực xu hướng giảm diện tích bề mặt gây ra; F do đó tác dụng vuông góc lên chu vi bề mặt chất lỏng, hướng vào trong lòng chất lỏng. Gọi F' là lực mà vật tiếp xúc với chất lỏng theo hướng làm căng bề mặt chất lỏng. Theo định luật III của Niuton, F' có trị số bằng F và có chiều ngược lại với F . Lực F' gọi là *lực căng bề mặt chất lỏng*.

Công của lực F khi một đoạn chu vi chiều dài l dịch chuyển đi một đoạn dx , ở đó ta chỉ xét một bên của màng chất lỏng) sẽ là Fdx công này bằng độ giảm của E . Vậy: $Fdx = -dE$. Ta suy ra:

$$F = -\frac{dE}{dx} = -\frac{d(\alpha S)}{dx} = -\alpha \frac{dS}{dx}$$



Nhưng $dS = ldx$ nên: $F = -\alpha l$ [2-19]

Dấu trừ chứng tỏ F hướng vào trong lòng chất lỏng và có xu thế làm giảm diện tích bề mặt chất lỏng.

2.3.3 Hệ số sức căng mặt ngoài

Hệ số sức căng mặt ngoài α phụ thuộc bản chất của chất lỏng và chất tiếp xúc với nó. Sau đây là vài số liệu tính ở 20°C và chất tiếp xúc là hơi bão hòa tương ứng.

Chất	Nước	Ete etylic	Benzen	Thủy ngân	Rượu
$\alpha \left(\frac{N}{m} \right)$	0,073	0,017	0,029	0,480	0,022

Hệ số căng bề mặt thay đổi theo nhiệt độ. Nói chung khi nhiệt độ tăng thì α giảm, vì khi đó thể tích chất lỏng tăng, khoảng cách giữa các phân tử tăng và lực phân tử giảm, năng lượng bề mặt giảm.

Đến nhiệt độ tới hạn $\alpha = 0$, chất lỏng không còn tính chất giảm diện tích mặt ngoài, pha lỏng không còn tính chất bị giữ trong một thể tích không đổi, ta không thể phân biệt pha lỏng với pha hơi nữa.

Nhiều chất hòa tan vào chất lỏng làm giảm α của chất lỏng, ví dụ dung dịch nước xà phòng, dung dịch rượu có α nhỏ hơn nước nguyên chất. Một số chất khác lại làm tăng α , ví dụ dung dịch nước muối, nước đường có α lớn hơn nước nguyên chất.

2.3.4 Hiện tượng hấp phụ và các màng mỏng.

Sự giảm năng lượng bề mặt còn có thể thực hiện bằng cách giảm hệ số sức căng mặt ngoài α , khiến cho tính chất vật lý của bề mặt cũng bị thay đổi. Thí dụ, ta xét một dung dịch nước xà phòng; phân tử xà phòng (hoặc chất tẩy giặt khác) có dạng một chuỗi nguyên tử khá dài với một đầu trung hòa điện, một đầu mang điện. Khi tan trong nước, các phân tử xà phòng nổi lên trên mặt nước, hợp thành một lớp đơn phân tử, đầu mang điện (ưa nước) chui trong nước, còn đầu trung hòa (ghét nước) chĩa ra ngoài. Lớp đơn phân tử trên mặt nước gồm các phân tử xà phòng làm hệ số sức căng mặt ngoài của dung dịch nước xà phòng chỉ còn là $\alpha_d < \alpha$, đồng thời tính chất vật lý của lớp bề mặt bị thay đổi. Thí dụ vừa phân tích có nhiều nét điển hình cho một loạt các hiện tượng bề mặt có tên chung là *sự hấp phụ*.

Hấp phụ là hiện tượng tích tụ những phân tử ngoại lai trên mặt ngoài của các vật thể lỏng hay rắn. Các vật thể này gọi là các vật hấp phụ. Các vật hấp phụ thường là các vật xốp có diện tích bề mặt rất lớn đối với mỗi đơn vị khối lượng vật đó. Chất ngoại lai bị hấp phụ có thể lấy từ vật thể khí, lỏng hoặc từ các chất hòa tan. Tính chất rất quan trọng của sự hấp phụ là làm giảm năng lượng bề mặt bằng cách giảm hệ số sức căng mặt ngoài của vật hấp thụ.

Các phân tử bị hấp thụ làm giảm năng lượng bề mặt của vật hấp phụ do chúng tương tác với nhau yếu hơn tương tác giữa các phân tử vật hấp phụ với nhau. Ngoài ra giữa các phân tử của chất bị hấp phụ và các phân tử của chất hấp phụ cũng có những kiểu lực liên kết khác nhau. Vì thế sự hấp phụ có tính chất lọc lựa: một vật hấp phụ chất này mạnh nhưng hấp phụ chất khác kém hơn. Đó là cơ sở của những áp dụng của sự hấp phụ: sắc ký, hút khử khí vv ...

Sự hấp phụ dẫn tới một trạng thái kết tập đặc biệt của chất bị hấp phụ: trạng thái tồn tại *hai chiều* của các chất; khác với trạng thái thông thường có các phân tử phân bố trong không gian ba chiều, ở các lớp đơn phân tử, sự phân bố chỉ có trên các mặt, tức là chỉ có hai chiều.

Các màng mỏng ở trạng thái hai chiều lại được phân biệt thành các màng thể khí, thể lỏng hay thể rắn. Ở một màng thể khí các phân tử của lớp đơn phân tử ở khá xa nhau, thưa thớt nên chúng tương tác với nhau yếu ớt và các phân tử có thể dời chỗ tự do, ở một màng thể lỏng các phân tử tuy đã sát liền nhau nhưng vẫn giữ khả năng dời chỗ, còn ở một màng thể rắn thì sự liên kết đã khá vững chắc nên các phân tử không dời chỗ được nữa. Sự phân bố phân tử trong không gian hai chiều của một màng thể rắn có thể có trật tự (kết tinh) hay không có trật tự (vô định hình).

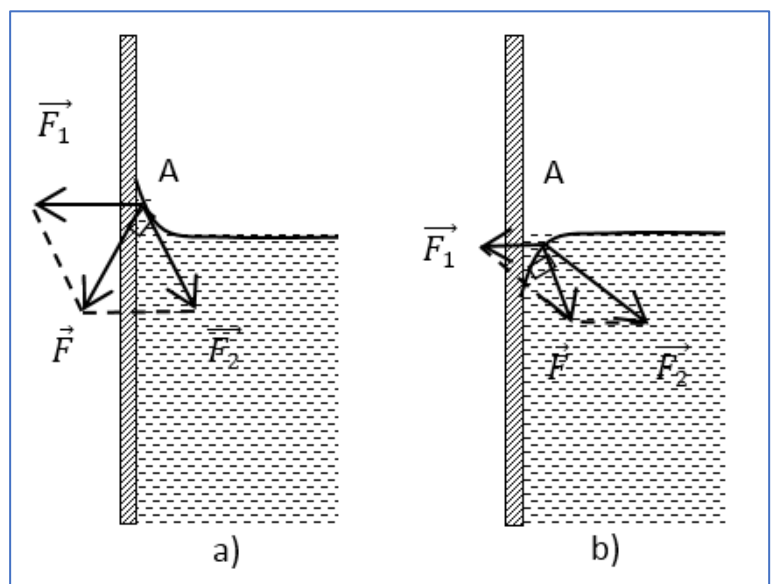
Sự thay đổi trạng thái của màng hai chiều cũng có những diễn biến gần giống các biến đổi pha thông thường. Người ta xét đại lượng $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$ là độ biến thiên hệ số sức căng mặt ngoài.

Có thể nói màng mỏng là một hình thức tổ chức hay gập ở các vật thể sống. Các màng sinh học thường do các phân tử li-pit và prô-tít kết hợp với nhau, trên đó có hấp phụ các phân tử có nhiệm vụ khác nhau tạo ra những cấu trúc với những chức năng sinh học nhất định.

2.4 HIỆN TƯỢNG MAO DẪN

2.4.1 Dạng mặt ngoài chất lỏng.

Theo điều kiện cân bằng thủy tĩnh, mặt thoáng của một chất lỏng cân bằng là mặt nằm ngang. Tuy vậy do ảnh hưởng của lực phân tử từ phía thành bình nên ở gần thành bình mặt chất lỏng bị cong đi. Lực F tác dụng lên một phân tử chất



lỏng là tổng hợp của hai lực: lực F_2 do các phân tử khác của chất lỏng tác dụng lên phân tử ta xét và lực F_1 do các phân tử ở thành bình gây ra. Nếu $F_1 > F_2$ thì F sẽ hướng vào phía thành bình (hình a) và ngược lại, nếu $F_1 < F_2$ thì F hướng về phía chất lỏng (hình b). Ở trạng thái cân bằng lực F phải vuông góc với bề mặt chất lỏng nên bề mặt chất lỏng có dạng cong, lõm hoặc lồi, tùy theo F hướng ra thành bình hay hướng vào trong chất lỏng. Như vậy, sự tương tác phân tử giữa chất lỏng và bình đựng có hệ quả là bề mặt chất lỏng gần chỗ tiếp xúc bị cong đi

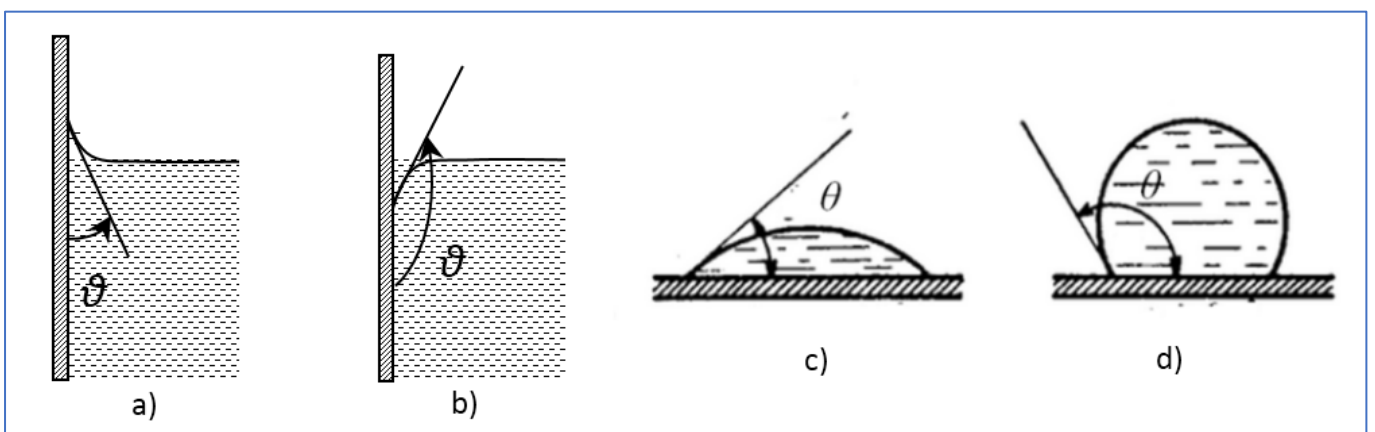
Dạng mặt ngoài chất lỏng được xác định bởi *góc làm ướt* θ . Đó là góc giữa tiếp tuyến của bề mặt chất lỏng và thành bình tiếp xúc với chất lỏng.

❖ Nếu $\theta < 90^\circ$, ta nói: *chất lỏng làm ướt vật* (hình a và c). Thí dụ: nước trong bình thủy tinh (mặt nước lõm), giọt dầu loang rộng trên mặt nước v.v...

❖ Nếu $\theta = 0^\circ$, ta có sự *làm ướt hoàn toàn*. Khi đó ta có một lớp chất lỏng dính khắp bề mặt vật tiếp xúc sinh ra do các phân tử vật tiếp xúc hút các phân tử chất lỏng. Bề dày của lớp dính ướt này tùy thuộc phạm vi tác dụng của lực phân tử và gồm vài lớp phân tử chất lỏng.

❖ Nếu $\theta > 90^\circ$, ta nói *chất lỏng không làm ướt vật* (hình b và d). Ví dụ thủy ngân trong bình thủy tinh (mặt thủy ngân lồi), nước trên lá khoai nước, nước trên nền, mỡ lỏng trên mặt nước, v.v...

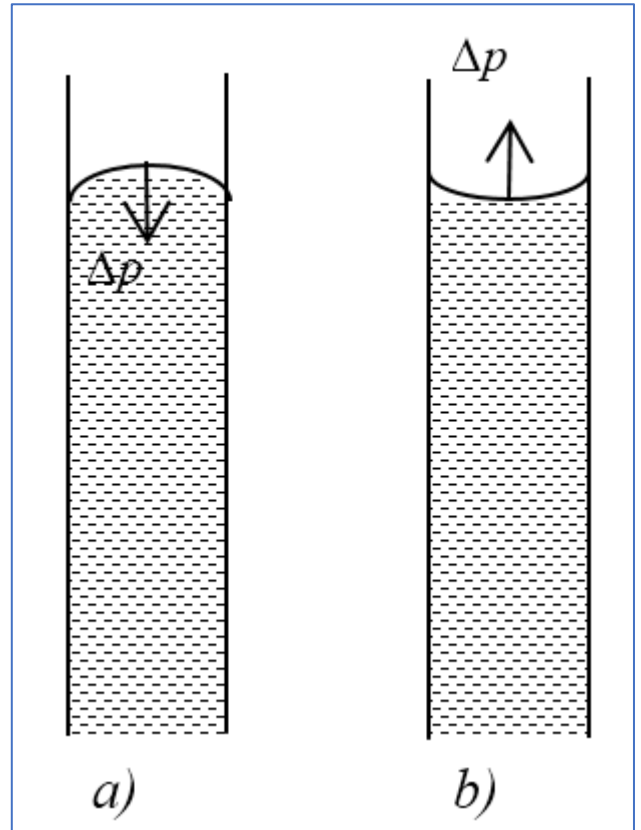
❖ Nếu $\theta = 180^\circ$, ta có sự *không làm ướt hoàn toàn*.



Góc θ phụ thuộc bản chất các chất tiếp xúc với nhau, phụ thuộc trạng thái chất lỏng và trạng thái bề mặt tiếp xúc với chất lỏng. Ví dụ: ta đổ nước thật khéo vào một cốc thủy tinh khô và sạch thì có thể đổ đầy để tạo ra một mặt khum vòng lên trên miệng cốc; nếu thủy tinh thật sạch và nhẵn thì nước tiếp xúc với nó có $\theta = 0$; nếu thủy tinh bị nhám hay có vết bẩn thì $\theta \neq 0$

2.4.2 Áp suất phụ do mặt chất lỏng bị cong gây ra.

Diện tích của bề mặt chất lỏng khi bị cong, lớn hơn diện tích khi bề mặt phẳng. Xu hướng có diện tích tạo ra áp suất Δp phụ thêm vào áp suất phân tử. Khi bề mặt chất lỏng là mặt lõm (hình a), áp suất phụ Δp cùng chiều với áp suất phân tử, $\Delta p > 0$; khi bề mặt chất lỏng là mặt lồi (hình b), áp suất phụ Δp ngược chiều với áp suất phân tử, $\Delta p < 0$.



- *Tính Δp với bề mặt hình cầu.* Xét một giọt chất lỏng hình cầu có bán kính R , năng lượng mặt ngoài $E = \alpha S = \alpha 4\pi R^2$. Tăng

bán kính một trị số dR thì năng lượng mặt ngoài tăng một trị số $dE = \alpha 8\pi R \cdot dR$ và ta phải tốn công dA để chống lại áp suất phụ Δp (hình a):

$$dA = (\Delta p \cdot S) dR = \Delta p \cdot 4\pi R^2 \cdot dR$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng, công dA dùng để tăng năng lượng mặt ngoài, nên $dA = dE$ và ta có:

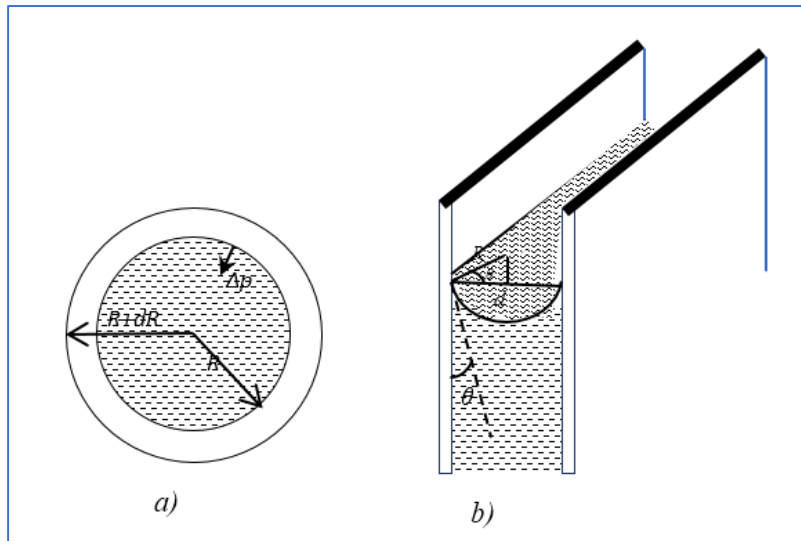
$$\Delta p \cdot 4\pi R^2 \cdot dR = \alpha \cdot 8\pi R \cdot dR$$

vậy
$$\Delta p_{\text{cầu}} = \frac{2\alpha}{R} \quad [2-20]$$

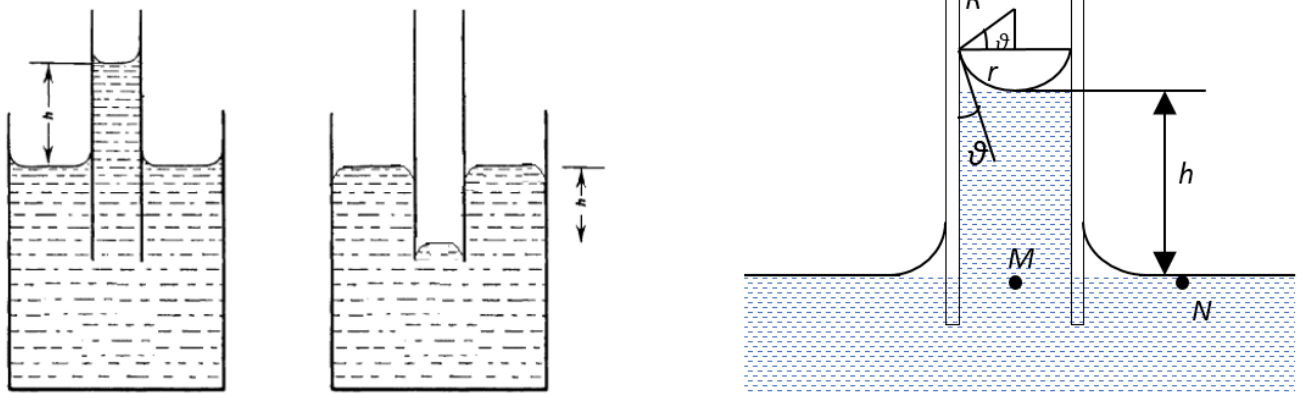
- Ở giữa hai vách phẳng song song (hình b), bề mặt chất lỏng là mặt trụ, ta có:

$$\Delta p_{\text{trụ}} = \frac{\alpha}{R}$$

[2-21]



2.4.3 Hiện tượng mao dẫn



Hiện tượng mao dẫn là hiện tượng chất lỏng dâng lên (hay hạ xuống) trong ống có bán kính nhỏ hoặc dâng lên (hay hạ xuống) giữa hai vách phẳng đặt gần nhau. Nguyên nhân là lực phân tử gây ra trạng thái căng bề mặt chất lỏng đồng thời sự tiếp xúc với thành ống (vách) làm mặt chất lỏng bị cong; trong ống nhỏ (hoặc giữa hai vách sát nhau) mặt cong chiếm toàn bộ bề mặt chất lỏng, từ đó xuất hiện áp suất phụ đáng kể kéo chất lỏng nâng lên hay nén chất lỏng hạ xuống. Bình chứa chất lỏng khá lớn nên bề mặt chất lỏng phía ngoài có thể coi là mặt phẳng. Chất lỏng dâng lên (hay hạ xuống) cho đến khi áp suất tác dụng với cột chất lỏng cân bằng với áp suất phụ. Theo thủy tĩnh học, cột chất lỏng độ cao h gây ra áp suất phụ ρgh (ρ là khối lượng riêng của chất lỏng, g là gia tốc trọng trường). Do đó điều kiện cân bằng cho ta:

$$\rho gh = \Delta p$$

$$\text{vậy} \quad h = \frac{\Delta p}{\rho g} \quad [2-22]$$

Giả sử bề mặt chất lỏng trong ống nhỏ là một chỏm cầu có bán kính R . Gọi góc làm ướt là θ , bán kính của ống là r , ta có $r = R \cos \theta$.

Thay vào [2-20] ta được:

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{R} = \frac{2\alpha \cdot \cos \theta}{r}$$

Do đó từ [2-22] ta được:

$$h = \frac{2\alpha \cdot \cos \theta}{\rho g r} \quad (\text{Công thức Juy ranh})$$

Ta thấy độ cao h càng lớn khi bán kính ống càng nhỏ. Ngoài ra h còn phụ thuộc α và ρ . Với $\theta < 90^\circ$, chất lỏng làm ướt ống, mặt chất lỏng là mặt lõm, đồng thời $\cos \theta > 0$ nên $h > 0$, chất lỏng dâng lên trong ống; với $\theta > 90^\circ$ chất lỏng không làm ướt ống, mặt chất lỏng là mặt lồi, đồng thời $\cos \theta < 0$ nên $h < 0$, chất lỏng hạ xuống so với mặt chất lỏng bên ngoài ống.

Đối với trường hợp hai vách sát nhau, cũng tính tương tự, trong đó d là khoảng cách giữa hai vách. Ta được độ cao h là:

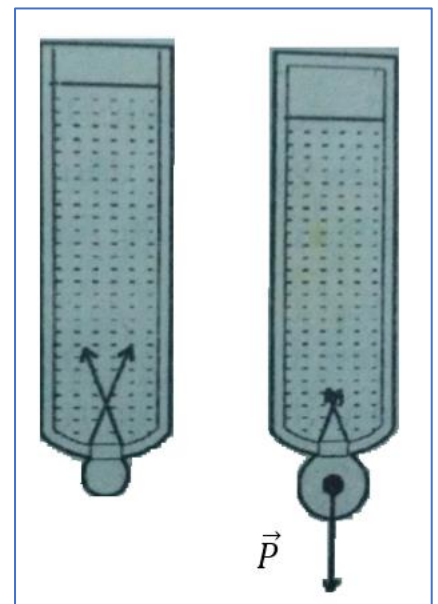
$$h = \frac{2\alpha \cdot \cos \theta}{\rho g d} \quad (\text{Công thức Juy ranh})$$

2.4.4 Giải tích một số hiện tượng thường gặp

2.4.4.1 Hiện tượng tạo thành các giọt chất lỏng

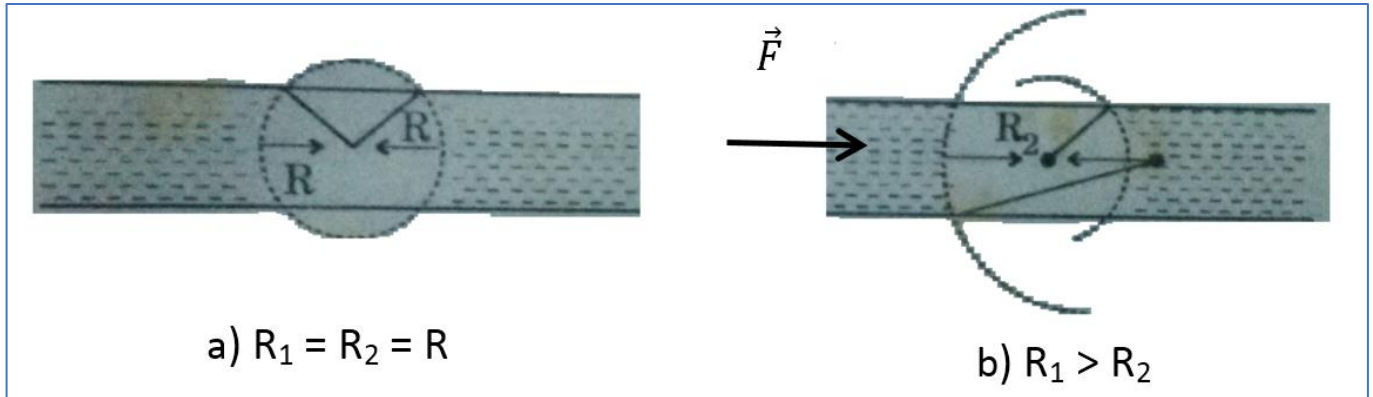
Hiện tượng tạo thành các giọt chất lỏng đều nhau trong các ống đếm giọt là do trong ống đếm giọt, chất lỏng sẽ còn dính lại thành giọt ở đầu ống khi lực căng mặt ngoài giọt chất lỏng còn lớn hơn trọng lượng cột chất lỏng trong ống.

Giọt chất lỏng to dần lên đến khi trọng lượng giọt chất lỏng bằng lực căng mặt ngoài thì giọt chất lỏng bắt đầu rơi khỏi ống.



Vì vậy mà với một ống đếm nhất định và một chất lỏng cho trước, ta có sức căng mặt ngoài, theo đó trọng lượng giọt chất lỏng là không đổi. Đó là lý do tại sao người ta lấy giọt thuốc làm đơn vị liều lượng cho người bệnh.

2.4.4.2 Tác dụng của bọt khí trong ống mao dẫn

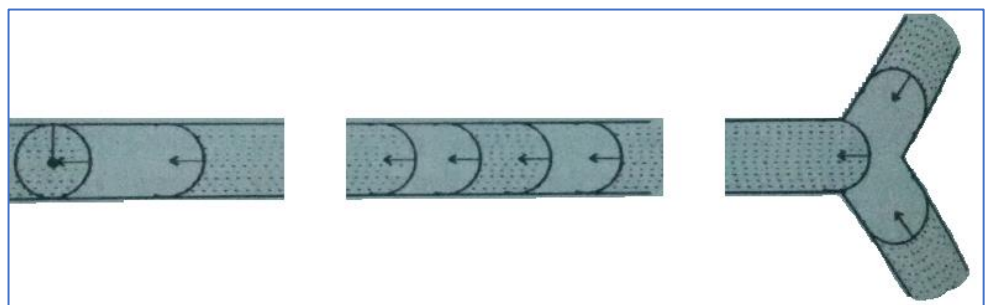


Xét một ống thủy tinh nằm ngang có một bọt khí bên trong, ta thấy: khi không có tác dụng một lực nào lên chất lỏng, chất lỏng đứng yên, mặt cong của chất lỏng ở hai mặt tiếp xúc giữa chất lỏng và khí là như nhau, $R_1 = R_2 = R$ và áp suất phụ gây ra ở hai bề mặt cong là bằng nhau $\Delta p_1 = \Delta p_2$ nhưng ngược chiều.

Bây giờ tác dụng một lực lên chất lỏng, chẳng hạn từ trái sang phải, mặt cong của chất lỏng phía bên trái giảm (tức bán kính cong R_1 tăng lên) còn bên phải thì tăng (tức R_2 giảm xuống). Vì $R_2 < R_1$ nên áp suất phụ $\Delta p_2 > \Delta p_1$ đã gây nên một lực cản để chống lại ngoại lực. Áp suất cực đại mà bọt khí chịu được khi mặt bên trái là mặt lõm, phía bên phải là mặt lồi có bán kính cong bằng bán kính r của ống mao dẫn.

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 = \frac{2\sigma}{r} + \frac{2\sigma}{r} = \frac{4\sigma}{r}$$

Khi trong ống càng nhiều bọt khí hoặc có chỗ phân nhánh thì áp suất cực đại mà các bọt khí này



chịu sẽ càng lớn. Vậy khi ống mao dẫn chứa các chất lỏng có bọt khí thì cần phải

tác dụng một áp suất lớn hơn áp suất cực đại mới làm chất lỏng chuyển dịch được.

Đó là lý do gây ra tai biến trong các trường hợp như khi cơ thể bị giảm áp suất đột ngột hoặc khi đưa thuốc vào cơ thể qua tĩnh mạch đã tạo các bọt khí trong lòng mạch máu, nhất là các mạch máu ở tim, não, v.v... làm cho mạch máu khó lưu thông hoặc thậm chí tắc mạch máu.

Chẳng hạn, khi lặn xuống nước, áp suất tác dụng lên thành ngực tăng dần theo độ sâu. Người ta thấy rằng con người có thể chịu đựng được với độ sâu 90m trong 1 đến 2 giờ. Do dưới áp suất cao các khí thành phần khuếch tán vào máu gia tăng lên.

Tuy nhiên, nếu từ độ sâu đó đột ngột ngoi lên cao, sự giảm độ sâu đột ngột theo đó là áp suất giảm đột ngột nên các thành phần khí nhanh chóng phân ly trở về dạng khí mà chưa kịp thấm ra ngoài để khuếch tán đi nên tạo các bọt khí trong lòng mạch máu, nhất là tại các mạch máu nhỏ (mao mạch) ở tim, não. Dòng chảy bị ngưng trệ, dừng lại gọi là hiện tượng tắc mạch máu do bong hơi. Vì vậy, biện pháp quan trọng là phải giảm áp suất từ từ bằng cách ngoi lên dần dần hoặc phải dùng các trang phục, thiết bị bảo hộ để giảm dần áp suất khí xung quanh cơ thể.

2.5 HIỆN TƯỢNG NỘI MA SÁT

2.5.1 Hiện tượng nội ma sát và định luật Newton

Giả sử có một dòng chất lưu (chất lưu thực) chuyển động theo một hướng xác định Ox trong một môi trường có những vật cản; khi đó thực nghiệm chứng tỏ rằng vận tốc định hướng của các phân tử chất lưu nằm dọc theo phương Oz vuông góc với Ox nói chung khác nhau. Thí dụ xét một dòng chất lưu chuyển động trong một ống hình trụ (song song với Ox); vận tốc định hướng của các phân tử giảm dần từ điểm giữa ống đến điểm gần thành ống. Khi đó ta hãy xét hai lớp lưu chất Oz chuyển động với những vận tốc định hướng khác nhau. Giữa hai lớp lưu chất có lực tương tác: lớp chuyển động nhanh kéo lớp chuyển động chậm, lớp chuyển động chậm ngăn cản lớp chuyển động nhanh, tương tự như

giữa các lớp chất lưu có lực ma sát. Hiện tượng đó gọi là hiện tượng nội ma sát. Lực ma sát xuất hiện giữa các lớp chất lưu gọi là lực nội ma sát (lực nhớt): lực này nằm theo phương tiếp tuyến của mặt tiếp xúc giữa hai lớp khí.

Thực nghiệm chứng tỏ lực nội ma sát F giữa hai lớp chất lưu vuông góc với Oz có cường độ tỷ lệ với giá trị độ biến thiên của vận tốc định hướng u theo phương z và tỷ lệ với diện tích tiếp xúc dS giữa hai lớp khí.

$$F = \eta \left| \frac{du}{dz} \right| \Delta S \quad [2-23]$$

η là một hệ số tỷ lệ gọi là hệ số nội ma sát hay hệ số nhớt. Công thức [2-23] gọi là định luật Newton. Trong hệ đơn vị SI, hệ số nội ma sát η tính ra $\text{Ns/m}^2 = \text{kg/ms}$.

2.5.2 Công thức Stokes

Giả sử có một quả cầu nhỏ bán kính r chuyển động tịnh tiến với vận tốc u trong một khối chất lưu. Do có hiện tượng nội ma sát, quả cầu lôi kéo một lớp chất lưu ở gần mặt của nó chuyển động theo. Thực nghiệm chứng tỏ rằng bề dày của chất lưu này vào khoảng $2r/3$; phân tử chất lưu ở ngay sát mặt cầu có vận tốc định hướng u ; đối với phân tử ở xa hơn, vận tốc ấy giảm dần và đến khoảng cách $2r/3$ vận tốc ấy bằng 0. Vậy có thể tính giá trị độ biến thiên của u theo z :

$$\left| \frac{du}{dz} \right| = \left| \frac{0-u}{\frac{2}{3}r} \right| = \frac{3}{2} \frac{u}{r}$$

Lực nội ma sát bằng lực cản tác dụng lên quả cầu được tính như sau:

$$F = \eta \left| \frac{du}{dz} \right| \Delta S = \eta \frac{3}{2} \frac{u}{r} 4\pi r^2$$

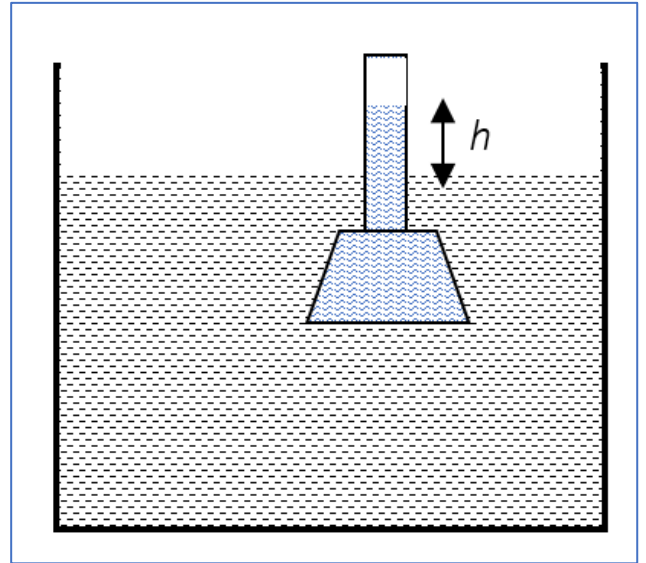
$$F = 6\pi\eta r u \quad [2-234]$$

Công thức này gọi là công thức Stokes. Nó đúng với những giá trị của vận tốc u không lớn lắm.

2.6 HIỆN TƯỢNG THÂM THẤU

Trong tự nhiên còn có những loại màng chỉ cho một số loại phân tử đi qua mà thôi. Màng này có thể cho dung môi thấm qua mà không cho chất hòa tan đi

qua. Màng có tính chất trên gọi là màng bán thấm. Ngoài những màng bán thấm có trong tự nhiên ở các cơ thể sinh vật như các màng tế bào, người ta có thể tạo ra được các màng bán thấm bằng cách lấy một bình bằng sứ xốp đựng feroxyanua kali. Nhúng bình này vào trong một chậu đựng sulfat đồng CuSO_4 . Hai chất trên gây phản ứng với nhau khi chúng khuếch tán qua các khe bằng sứ xốp tạo thành màng bán thấm gồm các hạt keo feroxyanua đồng $\text{Cu}_2[\text{Fe}(\text{CN})_6]$ bám vào thành bình xốp có độ bền cao.



Do tính thấm chọn lọc của màng mà nó phát sinh ra hiện tượng thẩm thấu có thể định nghĩa như sau: *Thẩm thấu là quá trình vận chuyển dung môi qua một màng ngăn cách hai dung dịch có các thành phần khác nhau mà không có các ngoại lực (lực bên ngoài) như trọng lực, lực điện từ...*

2.6.1 Áp suất thẩm thấu

Lấy một chậu đựng nước nguyên chất, trong đặt một cái phễu thủy tinh đã bịt kín phần miệng phễu bằng một màng bán thấm và đổ vào phễu đó một dung dịch đường.

Mới đầu đặt cho hai mực nước trong chậu và dung dịch đường trong phễu ngang nhau. Sau một thời gian mực dung dịch đường cao hơn mặt nước ở trong chậu một độ cao h . phân tích nước ở chậu không thấy có đường. Điều đó có nghĩa là nước đã thấm qua màng vào phễu trong đó, đường không thấm được ra ngoài.

Hiện tượng nước đường dâng lên một độ cao h là do số lượng phân tử nước bên ngoài màng đập vào màng nhiều hơn số lượng phân tử nước bên trong vì có một số phân tử đường (chất hòa tan) chướng chỗ của nước.

Do đó áp suất riêng phần của nước bên ngoài màng cao hơn áp suất riêng phần của nước bên trong màng (nồng độ phân tử tỷ lệ với áp suất). Kết quả là một

dòng nước khuếch tán từ ngoài vào trong màng. Khi áp suất riêng phần của nước hai bên màng bằng nhau (số phân tử nước chuyển động qua màng theo hai hướng bằng nhau) được gọi là cân bằng thẩm thấu.

Áp suất thủy tĩnh do chiều cao h của cột nước đường gây ra gọi là áp suất thẩm thấu.

Vant'Hoff nghiên cứu hiện tượng thẩm thấu các dung dịch loãng của các chất không điện ly và dựa trên sự giống nhau đối với khí lý tưởng. Ông đã tính được áp suất thẩm thấu tuân theo phương trình Clapeyron - Mendeleev

$$P = \frac{m}{\mu.V} . R.T \quad [5-24]$$

Trong đó:

P: áp suất thẩm thấu của dung dịch

m : khối lượng chất hòa tan

μ : khối lượng phân tử chất hoàn tan

V: thể tích của dung dịch

R: hằng số khí lý tưởng

T: nhiệt độ tuyệt đối của dung dịch

Đặt $\frac{m}{\mu.V} = C$ nồng độ Kmol của dung dịch. Thì [2-24] thành:

$$P = C . R . T \quad [2-25]$$

Phương trình [2-25] được gọi là phương trình Vant't Hoff.

► Chú ý:

❖ Phương trình [2-25] chỉ đúng với dung dịch loãng không điện ly. Với các chất điện ly vì các phân tử phân ly thành các ion âm và dương nên nồng độ ion và phân tử gia tăng và áp suất thẩm thấu sẽ lớn hơn.

Chẳng hạn, một dung dịch điện ly, nếu có α phần trăm số phân tử chất hòa tan bị phân ly và mỗi phân tử đó bị phân ly thành i phân tử (ion) thì áp suất thẩm thấu của dung dịch sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

Gọi n là nồng độ phân tử chất hòa tan, nếu chất hòa tan không bị phân ly và n' là nồng độ ion và phân tử chất hòa tan khi đã phân ly thành ta có:

$$n' = \alpha ni + (1 - \alpha)n$$

$$= \alpha ni + n - \alpha n$$

$$n' = [1 + \alpha(i - 1)]n$$

vì áp suất tỷ lệ với nồng độ phân tử nên:

$$\frac{P'}{P} = \frac{n'}{n} = 1 + \alpha(i - 1)$$

❖ Trường hợp dung dịch phân ly hoàn toàn $\alpha = 100\%$ thì:

$$P' / P = i \text{ tức } p' = ip = iCRT$$

Vậy nếu mỗi phân tử phân ly thành $i = 2$ ion (chẳng hạn dung dịch muối KCl) thì có $p' = 2p$.

2.6.2 Sự liên quan giữa ASTT và các quá trình trao đổi chất của các cơ quan tế bào động thực vật.

So với một dung dịch chuẩn, nếu một dung dịch mà áp suất thẩm thấu của nó bằng với áp suất thẩm thấu của dung dịch chuẩn thì nó được gọi là dung dịch đẳng trương. Nếu lớn hơn thì gọi là dung dịch ưu trương và nhỏ hơn thì gọi là dung dịch nhược trương.

Ta biết mỗi tế bào có màng phía ngoài của nó có tính chất bán thấm. Khi đặt tế bào động thực vật vào trong nước cất, có thể quan sát thấy sự dịch chuyển nước vào trong tế bào làm tế bào trương lên và có thể vỡ. Chẳng hạn như hồng cầu thả vào nước cất sẽ bị vỡ và hemoglobin làm đỏ nước. Ngược lại khi đặt tế bào vào trong dung dịch muối đậm đặc, tế bào bị teo lại và bị hủy do nước đã thoát khỏi tế bào vào dung dịch. Trong hai trường hợp hồng cầu đều bị hủy gọi là hiện tượng huyết tiêu. Đó là trường hợp máu tiếp xúc với ête, cồn, tia cực tím, tia x, chất phóng xạ...

- Máu, bạch huyết, dịch của các tổ chức của cơ thể người gồm dung dịch gồm các phân tử và ion của nhiều chất và áp suất thẩm thấu khoảng 7,7 atm ở 37°C. Dung dịch muối 0,9% (0,15M) với áp suất thẩm thấu 7,7atm là dung dịch

đẳng trương với máu, thường gọi là nước muối sinh lý. Vì vậy, khi mổ xẻ để bù lại sự mất máu có thể đưa vào một lượng lớn các dung dịch đẳng trương như nước muối sinh lý, huyết thanh, v.v... Trong phẫu thuật ổ bụng, cần lấy ra những đoạn ruột, người ta thường đặt chúng lên miếng gạc có tẩm nước muối sinh lý để chống khô do các dịch ở mặt trên chúng bị bay hơi.

- Các dung dịch ưu trương cũng được sử dụng nhiều trong lâm sàng. Chẳng hạn, để chống lại sự tăng nhãn áp, tạm thời người ta thường dùng một lượng dung dịch ưu trương để rút lượng nước thừa từ buồng trước của mắt. Hoặc để rút mủ, vi khuẩn và các sản phẩm thoái hóa từ vết thương, người ta băng bằng những miếng gạc có tẩm dung dịch ưu trương NaCl.

Áp suất thẩm thấu bị hạ thấp do cơ thể bị mất muối hay do có một số lượng nước lớn đưa vào, có thể dẫn tới co giật, nôn mửa.

Áp suất thẩm thấu tăng do đưa vào cơ thể một lượng muối lớn dẫn đến sự phân phối lại nước trong cơ thể, có thể gây ra phù nề các tổ chức (trước hết là các mô dưới da). Sự mất nước của các niêm mạc gây ra cảm giác khát nước, làm mất thăng bằng hoạt động hệ thần kinh và các cơ quan quan trọng khác.

Mặc dù áp suất thẩm thấu của máu người bình thường rất ít thay đổi, nhưng áp suất thẩm thấu ở từng phần tổ chức có thể thay đổi rất lớn. Chẳng hạn tại các nơi bị viêm, các phân tử protein bị đứt gãy thành nhiều phân tử nhỏ. Nồng độ vật chất gia tăng (áp suất thẩm thấu tại đây rất lớn), nước từ các tổ chức xung quanh chuyển về vị trí này. Thực tế, người có những ổ viêm tấy thành mủ đều có cảm giác về áp suất. Khi chọc rạch, mủ và dịch chảy ra dưới tác dụng của áp suất này.

Ngoài ra áp suất thẩm thấu của các dịch ở các cơ quan khác nhau, ở các sinh vật khác nhau vẫn thường khác nhau. Dịch tiết ra từ cơ thể ếch có ASTT nhỏ hơn ở người.

Các động vật sống ở biển có các dịch với ASTT lớn. Thực vật hút nước từ đất, ASTT khoảng 5 – 20 atm, ngọn cây có ASTT lớn hơn ở thân, rễ.

2.7 BÀI TẬP ĐỘNG HỌC CHẤT LỎNG

Bài 1: Một người nặng 50kg đứng thẳng bằng trên một gót đế giày. Cho rằng tiết diện đế giày hình tròn, bằng phẳng, có bán kính 2cm và $g = 9,8\text{m/s}^2$. Áp suất của người đặt lên sàn là bao nhiêu?

Đáp số: $3,9 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

Bài 2: Tính áp lực lên một phiến đá có diện tích 2m^2 ở đáy một hồ sâu 30m. Cho khối lượng riêng của nước là 10^3kg/m^3 và áp suất khí quyển là $1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Lấy $g = 9,8\text{m/s}^2$.

Đáp số: $7,906 \cdot 10^5 \text{ N}$

Bài 3: Tiết diện của piston nhỏ trong một cái kích thủy lực bằng 3cm^2 . Để vừa đủ để nâng một ô tô có trọng lượng 15000N lên người ta dùng một lực có độ lớn 225N. Piston lớn phải có tiết diện là bao nhiêu?

Đáp số: 200cm^2

Bài 4: Bình hình trụ diện tích đáy 10cm^2 chứa nước có khối lượng riêng 1g/cm^3 . Thả vào bình một vật khối lượng 50g. Vật có hình dạng bất kỳ không đồng nhất, bên trong rỗng và không chìm cũng như không làm nước tràn khỏi bình. Hỏi mức chất lỏng trong bình sẽ tăng thêm bao nhiêu.

Đáp số: $0,05\text{m}$

Bài 5: Một quả cầu gỗ nằm trong một bình nước, một nửa quả cầu ngập nước và chạm vào đáy bình. Tìm lực do quả cầu nén lên đáy bình nếu trọng lượng của quả cầu trong không khí là 6N, khối lượng riêng của gỗ là 800kg/m^3 , của nước là 1000kg/m^3

Đáp số: $2,25\text{N}$

Bài 6: Hai quả cầu khối lượng $m_1 = 2\text{kg}$; $m_2 = 1,6\text{kg}$ cùng bán kính, nối với nhau bằng một sợi dây thẳng đứng và hạ xuống đều trong một chất lỏng. Tính lực căng của dây nối, bỏ qua lực cản của chất lỏng.

Đáp số: 2N

Bài 7: Đường kính tiết diện của một ống nước nằm ngang ở vị trí đầu bằng 2 lần đường kính ở vị trí sau. Biết vận tốc nước ở vị trí đầu là 2 m/s và áp suất ở vị trí này là $5 \cdot 10^5$ Pa. Biết khối lượng riêng của nước là 1000 kg/m^3 . Áp suất nước ở vị trí đầu là bao nhiêu?

Đáp số: $4,7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Bài 8: Nước có khối lượng riêng 1000 kg/m^3 chảy qua một ống nằm ngang thu hẹp dần từ tiết diện $S_1 = 12 \text{ cm}^2$ đến $S_2 = S_1/2$. Hiệu áp suất giữa chỗ rộng và chỗ hẹp là 4122 Pa. Lưu lượng của nước trong ống là bao nhiêu?

Đáp số: $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

Bài 9: Một ống dẫn nước vào tầng trệt có đường kính trong là d , tốc độ nước là 1,5 m/s và áp suất $2 \cdot 10^5$ Pa. Sau đó ống thắt hẹp dần đến đường kính trong là $d/4$ khi lên đến tầng lầu cao 5 m so với tầng trệt. Biết khối lượng riêng của nước là 1000 kg/m^3 và lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Áp suất nước ở tầng lầu bằng bao nhiêu?

Đáp số: $1,33 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

Bài 10: Mỗi cánh máy bay có diện tích 25 m^2 . Biết vận tốc dòng không khí ở phía dưới cánh là 45 m/s, còn ở phía trên cánh là 68 m/s, giả sử máy bay bay theo đường nằm ngang với vận tốc không đổi và lực nâng máy bay chỉ do cánh gây nên. Cho biết khối lượng riêng của không khí là $1,21 \text{ kg/m}^3$. Lực nâng máy bay có giá trị?

Đáp số: 39 kPa

Bài 11: Tiết diện động mạch chủ của người là 3 cm^2 , vận tốc máu chảy từ tim ra là 30 cm/s. tiết diện của mỗi mao mạch là $3 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2$. Vận tốc máu trong mao mạch là 0,5 cm/s. Số mao mạch trong cơ thể người là?

Đáp số: 600 triệu

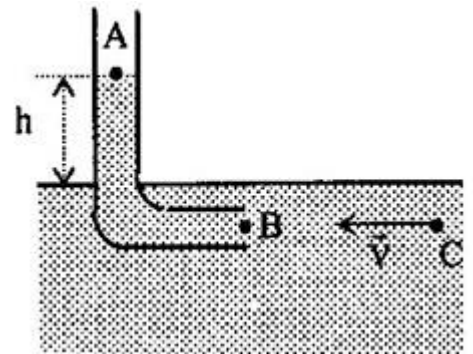
Bài 12: Thông qua một đường ống với tiết diện $4,2 \text{ cm}^2$ một dòng nước chảy với tốc độ 5,18 m/s. Nước hạ xuống từ độ cao 9,66 m xuống mức thấp hơn với chiều cao bằng 0, trong khi bề mặt ngang của ống tăng lên $7,6 \text{ cm}^2$.

a) Tính tốc độ của dòng nước ở mức thấp hơn.

b) Xác định áp suất ở cấp dưới biết rằng áp suất ở cấp trên là 152000 Pa.

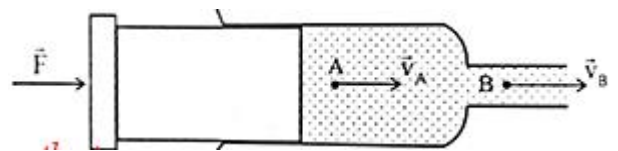
Đáp số: 2,86m/s; 257926,4Pa

Bài 13: Một ống pito đặt trong dòng nước chảy với vận tốc v như hình vẽ. Biết $h = 20\text{cm}$, miệng ống pito đặt gần sát mặt nước, tính v .



Đáp số: 2m/s

Bài 14: Một ống tiêm có đường kính $d_1 = 1\text{cm}$ lắp với kim tiêm có đường kính 1mm. Áp vào pittong lực $F = 10\text{N}$ thì nước trong ống tiêm phụt ra với vận tốc bằng bao nhiêu bỏ qua ma sát.



Đáp số: 16m/s

NHIỆT HỌC

Đối tượng nghiên cứu của chúng ta liên quan đến chuyển động của một số rất lớn các hạt nhỏ như các nguyên tử, phân tử. Những hệ như vậy gọi là *hệ nhiều hạt* hay *hệ vĩ mô* (trong 1cm^3 khí ở điều kiện nhiệt độ và áp suất bình thường có khoảng $2,7 \cdot 10^{19}$ phân tử). Để nghiên cứu các hệ này người ta thường dùng hai phương pháp:

1. Phương pháp nghiên cứu theo quan điểm *vi mô*: Dựa trên cấu trúc nguyên tử và phân tử của vật chất, chúng ta có thể xem các nguyên tử và phân tử như là các chất điểm và ứng dụng các định luật động học của Newton để nghiên cứu chuyển động của chúng. Ngoài ra, do số lượng hạt rất lớn nên trong hệ tồn tại các quy luật thống kê và phương pháp nghiên cứu này còn có tên là *phương pháp thống kê*.
2. Phương pháp nghiên cứu theo quan điểm *vĩ mô*: Một hệ vĩ mô chứa một số lượng lớn các hạt. Sự tương tác của các hạt trong hệ được thể hiện ra bên ngoài các *thông số vật lý vĩ mô* của hệ như nhiệt độ, thể tích, áp suất... là những đại lượng có thể dễ dàng đo được. Nhiệt động học nghiên cứu hệ vĩ mô *không dựa trên cấu trúc nguyên tử và phân tử của vật chất* mà dựa trên các quy luật tổng quát của tự nhiên, được đúc kết từ kinh nghiệm lâu đời của loài người, thể hiện trong *các nguyên lý nhiệt động học*. Dựa trên các nguyên lý nhiệt động học, ta rút ra được các hệ thức giữa những đại lượng vật lý đặc trưng cho hệ. Ưu điểm của phương pháp nhiệt động học là tính đơn giản và phổ biến cho nhiều hiện tượng khác nhau. Nhược điểm của nhiệt động học là không nói lên bản chất của hiện tượng.

Chương 3.

NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

3.1 KHÍ LÝ TƯỞNG

3.1.1 Một số khái niệm

3.1.1.1 Khí lý tưởng

Là chất khí thỏa mãn hai điều kiện sau:

- Lực tương tác giữa các phân tử tạo thành chất khí không đáng kể (trừ khi chúng va chạm với nhau hoặc khi va chạm với thành bình).
- Kích thước của các phân tử không đáng kể và có thể bỏ qua.

Nói một cách chính xác, các khí thực không phải là các khí lý tưởng, nhưng các khí thực khi khá loãng có tính chất rất gần với khí lý tưởng. Nhiều khí thực như oxy, hydro, nitơ, ... ở nhiệt độ phòng và áp suất khí quyển có thể coi là khí lý tưởng.

3.1.1.2 Thông số trạng thái

Trạng thái của một hệ được hoàn toàn xác định bởi các tính chất vật lý của hệ, mỗi tính chất vật lý lại được đặc trưng bởi một đại lượng vật lý. Như vậy trạng thái của một hệ được xác định bởi các đại lượng vật lý, các đại lượng vật lý này được gọi là các thông số trạng thái. Ta có thể nói thông số trạng thái là các đại lượng vật lý đặc trưng cho mọi khí lý tưởng.

a) Nhiệt độ

Theo quan điểm cổ điển, nhiệt độ đặc trưng mức độ nóng lạnh của một vật, thang đo nhiệt độ thường sử dụng là: thang nhiệt độ bách phân (Celsius): $t (^{\circ}\text{C})$ hoặc thang nhiệt độ tuyệt đối (Kelvin): $T (\text{K})$.

- Trong thang nhiệt độ Celsius, người ta qui ước cho nhiệt độ bắt đầu đóng băng của nước tinh khiết là 0°C , còn nhiệt độ sôi của nước được cho giá trị 100°C . Khoảng chênh lệch về độ cao của cột thủy ngân được chia làm 100 vạch

và mỗi vạch ứng với 1°C . Do chia làm 100 vạch nên thang nhiệt độ này còn được gọi là *thang nhiệt độ bách phân*.

- Trong thang nhiệt độ Kelvin, nhiệt độ của một vật được ký hiệu là T (K). Một độ trong thang Kelvin cũng bằng một độ trong thang Celsius.
- Liên hệ giữa thang nhiệt độ Kelvin và thang nhiệt độ Celsius là: T (K) = t $^{\circ}\text{C}$ + 273. Như vậy nhiệt độ -273°C ứng với 0 (K) và trong thang nhiệt độ Kelvin không có nhiệt độ âm, do đó thang nhiệt độ này còn được gọi là *thang nhiệt độ tuyệt đối*.

b) Áp suất

Đặc trưng cho mức độ tác dụng của các phân tử khí lên thành bình. Nếu gọi F là lực nén vuông góc lên một diện tích S của thành bình thì áp suất p là:

$$p = \frac{F}{S}$$

Trong hệ SI đơn vị của áp suất là N/m^2 hay còn gọi Pascal (Pa). Ngoài ra, người ta còn dùng các đơn vị sau:

- Atmôphe (at); $1\text{at} = 9,81 \cdot 10^4 \text{ N}/\text{m}^2$
- Atmôphe kỹ thuật (atm); $1\text{atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ N}/\text{m}^2$.
- Atmôphe là áp suất của khí quyển trên Trái đất ở điều kiện bình thường.
- Milimét thủy ngân (mmHg) hay còn gọi là Torr = $133 \text{ N}/\text{m}^2$;

$$1\text{mmHg} = \frac{1}{736} \text{at} = \frac{1}{760} \text{atm}$$

c) Thể tích

Miền không gian mà các phân tử khí chuyển động, đối với khí lý tưởng thể tích của bình chứa là thể tích của khối khí.

Trong hệ SI, đơn vị của thể tích V là m^3 , đôi khi người ta cũng còn dùng lít làm đơn vị đo thể tích.

3.1.2 Phương trình trạng thái của khí lý tưởng

Với một chất khí cho trước, trạng thái của nó thường được xác định bởi ba thông số trạng thái sau: thể tích V , áp suất p và nhiệt độ T . Thực nghiệm xác nhận chỉ có hai trong ba thông số trên là độc lập, thông số còn lại là phụ thuộc. Nói khác đi giữa ba thông số trên phải có một phương trình liên hệ giữa chúng với nhau, phương trình này được gọi là phương trình trạng thái.

3.1.2.1 Phương trình trạng thái

Kết quả thực nghiệm cho thấy đối với một khối khí cho trước thì nhiệt độ, thể tích, áp suất thỏa mãn phương trình sau đây:

$$pV = \frac{M}{\mu} RT \quad [3.1-1]$$

Được gọi là phương trình trạng thái của khí lý tưởng. Trong đó:

- M là khối lượng của chất khí mà ta đang xét tính theo kg.
- μ là khối lượng của một kilomol chất khí đó (ví dụ O_2 có $\mu_{O_2} = 32 \text{Kg/Kmol}$)
- V là thể tích của khối khí đang xét, tính theo đơn vị m^3 .
- $R = 8,31 \cdot 10^3 \text{ (J/kmol.K)}$ là hằng số gọi là hằng số khí lý tưởng.
- T là nhiệt độ của khối khí theo thang nhiệt độ tuyệt đối (K)

Từ phương trình trạng thái [3-1], khi ta lấy một khối lượng khí bằng một kmol, tức là $M = \mu$ thì ta có phương trình trạng thái:

$$pV_{\mu} = \frac{M}{\mu} RT = \frac{\mu}{\mu} RT = RT \Rightarrow V_{\mu} = \frac{RT}{p}$$

Trong đó V_{μ} là thể tích của một kmol khí.

Ở công thức trên, nếu thay $p = 1 \text{atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $T = 273 \text{ K}$ (tức 0°C) và hằng số khí lý tưởng $R = 8,31 \cdot 10^3 \text{ (J/kmol.K)}$ ta tìm được:

$$V_{\mu} = \frac{RT}{p} = \frac{8,31 \cdot 10^3 \text{ J / (kmol.K)} \cdot 273 \text{ (K)}}{1,01 \cdot 10^5 \text{ (N / m}^2\text{)}} = 22,4 \text{ m}^3 / \text{ kmol}$$

Vậy trong điều kiện tiêu chuẩn ($t=0^{\circ}\text{C}$, $p = 1\text{atm}$) thì một kmol chất khí lý tưởng chiếm một thể tích không đổi là $22,4\text{m}^3$. Từ đó suy ra một mol khí chiếm một thể tích là 22,4 lít.

Trong [3-1] thì $\frac{M}{\mu}$ là số kmol của khối khí mà ta xét. Nếu ta gọi N là số phân tử chứa trong khối khí đó, N_A là số phân tử chứa trong một kmol khí (N_A gọi là số Avogadro) thì $\frac{M}{\mu} = \frac{N.m}{N_A.m} = \frac{N}{N_A}$ (m là khối lượng của một phân tử khí). Thay $\frac{M}{\mu} = \frac{N}{N_A}$ vào [3-1] ta có:

$$pV = \frac{N}{N_A} RT = N \frac{R}{N_A} T$$

Biết rằng số Avogadro N_A , tức là số phân tử chứa trong một kmol của mọi chất khí đều như nhau và bằng $6,023 \cdot 10^{26}$ phân tử/kmol do đó tỉ số $\frac{R}{N_A}$ cũng là một hằng số và gọi là hằng số Boltzmann k_B : $k_B = 1,37 \cdot 10^{-23}(\text{J/K})$

Vậy phương trình trạng thái của khí lý tưởng còn có thể được biểu diễn dưới dạng khác như sau:

$$pV = Nk_B T \quad [3.1-2]$$

3.1.2.2 Một số trường hợp riêng

a) Quá trình đẳng nhiệt ($T = \text{const}$): là quá trình biến đổi trong đó nhiệt độ T của khối khí được giữ nguyên không đổi. Từ phương trình trạng thái khí lý tưởng ta có:

$$pV = \text{const} \quad [3.1-3]$$

(định luật Boyle – Mariotte)

b) Quá trình đẳng áp ($p = \text{const}$): là quá trình biến đổi trong đó áp suất p của khối khí được giữ nguyên không thay đổi. Từ phương trình trạng thái khí lý tưởng ta có:

$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad [3.1-4]$$

(định luật Gay – Lussac)

c) Quá trình đẳng tích ($V = \text{const}$): là quá trình biến đổi trong đó thể tích V của khối khí được giữ nguyên không thay đổi. Từ phương trình trạng thái khí lý tưởng ta có:

$$\frac{P}{T} = \text{const} \quad [3.1-5]$$

(định luật Charles)

3.1.3 Thuyết động học phân tử chất khí

3.1.3.1 Nội dung

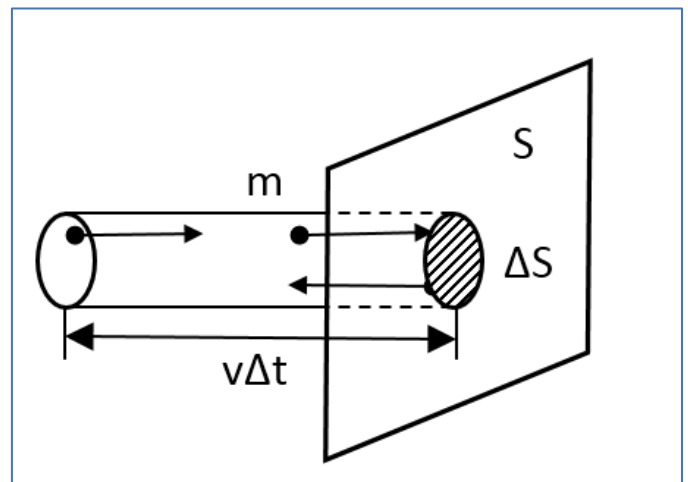
Thuyết này là một trong những thuyết đầu tiên của chất khí gồm các giả thiết sau:

- Các chất khí được tạo thành từ các phân tử khí.
- Phân tử khí chuyển động không ngừng và có kích thước rất nhỏ.
- Các phân tử khí không tương tác với nhau trừ khi va chạm.
- Va chạm giữa các phân tử khí với nhau và giữa các phân tử khí với thành bình là va chạm đàn hồi.

3.1.3.2 Phương trình cơ bản của thuyết động học phân tử các chất khí

Xét một chất khí gồm N phân tử đựng trong một bình hình lập phương cạnh a .

Lấy một diện tích nhỏ ΔS của thành bình và tính số phân tử va đập vào bề mặt ΔS đó trong thời gian Δt . ta lập luận đơn giản như sau: Giả sử rằng các phân tử khí chuyển động chỉ dọc theo ba hướng vuông góc với nhau một cách đồng đều. Như vậy, sẽ có $N/3$ phân tử



chuyển động dọc theo mỗi phương, một nửa số phân tử đó (tức $N/6$ phân tử) chuyển động về hướng ΔS (chẳng hạn theo hướng pháp tuyến). Ngoài ra, ta giả

sử rằng mọi phân tử đều chuyển động với cùng vận tốc v . Khi đó, trong khoảng thời gian Δt , tất cả các phân tử khí đập vào bề mặt ΔS vào chiều cao $v \cdot \Delta t$.

Số phân tử khí này bằng:

$$\Delta n = \frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t$$

Trong đó $n = \frac{N}{V}$ là số phân tử trong một đơn vị thể tích (V là thể tích bình). Vì va chạm giữa phân tử khí và thành bình là va chạm đàn hồi nên sau va chạm động lượng của mỗi phân tử biến thiên một lượng $\Delta p = -mv - (mv) = -2mv$. Theo định lý động lượng: Δp bằng xung lượng của ngoại lực f_b do thành bình tác dụng lên phân tử trong thời gian Δt :

$$\Delta p = f_b \cdot \Delta t$$

Theo trên: $\Delta p = -2mv$

$$\begin{aligned} \Delta p = f_b \cdot \Delta t &\Leftrightarrow (-mv) - mv = f_b \cdot \Delta t \\ \Rightarrow f_b &= \frac{-2mv}{\Delta t} \end{aligned}$$

Theo định luật Newton 3, mỗi phân tử tác động lên thành bình một lực

$$f = -f_b = \frac{2mv}{\Delta t}$$

Do đó lực nén vuông góc của các phân tử lên bề mặt ΔS là:

$$F = (\Delta n) f = \frac{2mv}{\Delta t} \Delta n = \frac{2mv}{\Delta t} \cdot \frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t = \frac{1}{3} n \cdot mv^2 \Delta S$$

Theo định nghĩa áp suất $p = \frac{F}{\Delta S}$ nên ta được

$$p = \frac{1}{3} n \cdot mv^2$$

Thực ra các phân tử không chuyển động với nhau cùng một vận tốc v mà có thể khác nhau. Do đó, thay vì v^2 trong công thức trên ta thay giá trị trung bình:

$$\overline{v^2} = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2$$

Được gọi là trung bình của bình phương vận tốc, trong đó: $v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_N$: lần lượt là vận tốc của các phân tử trong khối khí. Ta rút ra được hệ thức cho các chất khí:

$$p = \frac{2}{3} n \overline{E_d} \quad [3.1-6]$$

Được gọi là phương trình cơ bản của thuyết động học phân tử về chất khí, trong đó: $\overline{E_d} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$ là động năng tịnh tiến trung bình của một phân tử.

3.1.3.3 Hệ quả

Từ công thức [3-2]:

$$pV = Nk_B T \Rightarrow p = \frac{N}{V} k_B T$$

$$p = nk_B T \quad [3.1-7]$$

So sánh với [3-6] ta có:

$$\overline{E_d} = \frac{3}{2} k_B T \quad [3.1-8]$$

Như vậy động năng tịnh tiến trung bình của một phân tử $\overline{E_d}$ chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ (tỉ lệ với nhiệt độ tuyệt đối). Điều này nói lên ý nghĩa vật lý của nhiệt độ: nhiệt độ là thông số vĩ mô phản ánh mức độ vận động của các phân tử cấu tạo nên các vật, vật càng nóng thì chuyển động nhiệt càng mãnh liệt.

Từ $p = nk_B T$, ta thấy khi hai chất khí đậm đặc như nhau, chất khí nào có nhiệt độ cao hơn thì áp suất cao hơn, ngược lại hai chất khí có cùng nhiệt độ thì chất khí nào đậm đặc hơn sẽ gây ra áp suất cao hơn.

3.1.4 Luật phân bố đều năng lượng theo các bậc tự do

3.1.4.1 Bậc tự do

Bậc tự do của các phân tử khí là số tọa độ độc lập cần thiết để xác định vị trí của phân tử đó ở trong không gian. Ký hiệu bậc tự do là i .

Trường hợp phân tử chỉ có một nguyên tử (các hơi kim loại) thì bậc tự do của chúng ta là $i = 3$ vì vị trí của nguyên tử được xác định bởi 3 tọa độ.

Trường hợp phân tử gồm hai nguyên tử (các khí oxy, nitơ, hydro...) thì phân tử được xem như là hai chất điểm nằm cách nhau một khoảng không đổi. Vị trí của nguyên tử thứ nhất được xác định bởi ba tọa độ, nguyên tử thứ hai do chỉ có thể chuyển động trên mặt cầu mà tâm là nguyên tử thứ nhất, do đó được xác định bởi hai tọa độ θ, φ (hệ tọa độ cầu). Vậy bậc tự do của phân tử gồm hai nguyên tử là $i = 3 + 2 = 5$.

Nếu phân tử gồm ba nguyên tử (CO_2) thì ta có thể xem như phân tử là một vật rắn, vị trí của nguyên tử thứ nhất và thứ hai được xác định bởi năm tọa độ, còn nguyên tử thứ ba có thể quay quanh trục là hai nguyên tử kia, do đó bậc tự do của phân tử là $i = 6$.

Đối với chất khí mà phân tử của nó có số nguyên tử lớn hơn ba ta vẫn lấy $i = 6$.

Vậy bậc tự do của các phân tử chỉ nhận các giá trị sau đây; $i = 3; 5; 6$.

Như cách ta định nghĩa ở trên, rõ ràng bậc tự do của phân tử liên quan chặt chẽ với số thành phần chuyển động của phân tử. Chúng ta biết rằng năng lượng ứng với sự chuyển động tịnh tiến là động năng tịnh tiến còn phần năng lượng ứng với chuyển động quay là động năng quay. Phân tử phức tạp, ngoài các thành phần chuyển động tịnh tiến, còn có các thành phần của chuyển động quay. Để tìm hiểu năng lượng ứng với chuyển động trong trường hợp tổng quát ta phải dựa vào luật phân bố đều năng lượng theo các bậc tự do rút ra từ các nghiên cứu cơ học thống kê.

3.1.4.2 Luật phân bố đều năng lượng theo các bậc tự do

Các cứ vào chuyển động hỗn loạn của các phân tử nghĩa là không có phương ưu tiên, Maxwell đã phát biểu sau: “Động năng trung bình của mỗi phân tử được phân bố đều cho các bậc tự do của phân tử”.

Ta đã biết động năng trung bình của một phân tử một nguyên tử bằng $\frac{3}{2}k_B T$ và phân tử này chuyển động với bậc tự do $i = 3$. Vậy theo luật phân bố đều năng lượng cho các bậc tự do thì ứng với mỗi bậc tự do của phân tử có năng lượng $0,5 k_B T$. Đối với phân tử có nhiều nguyên tử hơn, ngoài chuyển động tịnh tiến còn có chuyển động quay nên phải có năng lượng lớn hơn $1,5 k_B T$. Tổng quát có thể nói rằng: phân tử có bậc tự do là i thì năng lượng của phân tử là $\frac{i}{2}k_B T$.

3.1.5 Nội năng của khí lý tưởng

Nội năng là phần năng lượng ứng với chuyển động bên trong của vật, năng lượng bao gồm động năng do sự chuyển động của các phân tử trong khối khí và thế năng tương tác giữa các phân tử khí. Đối với khí lý tưởng thì các phân tử không tương tác nhau nên thế năng tương tác giữa các phân tử coi như không có. Như vậy nội năng U của khí lý tưởng chỉ còn tổng động năng của các phân tử.

Xét một khối khí có N phân tử, mỗi phân tử có i bậc tự do, vậy toàn bộ khối khí có $N.i$ bậc tự do, mà mỗi bậc tự do ứng với một năng lượng là $\frac{i}{2}k_B T$, nên năng lượng hay nội năng của khối khí là:

$$U = N \frac{i}{2} k_B T \quad [3.1-9]$$

Để ý rằng:

$$\frac{M}{\mu} = \frac{N}{N_A} \quad \text{và} \quad \frac{R}{N_A} = k_B$$

Nên nội năng của khí lý tưởng:

$$U = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} RT \quad [3.1-10]$$

Ta thấy nội năng của khí lý tưởng chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ của khối khí. Do trong một quá trình biến đổi bất kỳ, nếu nhiệt độ của khối khí thay đổi một lượng là $\Delta T = T_2 - T_1$, thì độ biến thiên nội năng là:

$$\Delta U = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T \quad [3.1-11]$$

3.2 NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT NHIỆT ĐỘNG HỌC

Nguyên lý thứ nhất nhiệt động học là sự mở rộng của định luật bảo toàn năng lượng cho một quá trình có nhiều sự tham gia của nhiều dạng năng lượng khác nhau như nhiệt năng và cơ năng. Để phát biểu các mối quan hệ năng lượng một cách chính xác, chúng ta dùng khái niệm hệ nhiệt động và xem *nhiệt với công* là hai phương tiện để truyền năng lượng vào trong hoặc từ trong ra ngoài một hệ nhiệt động. Trong quá trình trao đổi năng lượng đó, khái niệm *nội năng* của hệ đóng vai trò quan trọng hàng đầu.

Điều quan trọng khi xét một hệ nhiệt động là cần xác định rõ cái gì là thuộc hệ và cái gì không thuộc hệ mà ta đang xét để tránh mô tả một cách mơ hồ sự truyền năng lượng vào và ra khỏi hệ. Ví dụ một hệ nhiệt động là một khối khí chứa ở trong một xy lanh với một pít tông. Năng lượng có thể được đưa vào hệ đó qua quá trình truyền nhiệt và hệ có thể thực hiện công khi chất khí giãn nở tạo ra một lực đẩy lên pít tông, làm cho pít tông chuyển động. Trong ví dụ vừa nêu ở trên, hệ nhiệt động chính là khối khí nằm trong xy lanh chứ không phải bản thân xy lanh hay pít tông.

3.2.1 Trạng thái cân bằng và quá trình cân bằng

- Trạng thái cân bằng của một hệ là trạng thái mà các thông số trạng thái của hệ có giá trị hoàn toàn xác định, ngược lại khi các thông số trạng thái đang thay đổi tức là hệ ở trạng thái không cân bằng.
- Quá trình cân bằng là quá trình biến đổi gồm một chuỗi liên tiếp các trạng thái cân bằng.

Trong thực tế không có quá trình nào là hoàn toàn cân bằng vì trong quá trình biến đổi bao giờ trạng thái cân bằng trước cũng bị phá hủy. Tuy vậy, nếu quá trình diễn ra vô cùng chậm để hệ có đủ thời gian thiết lập một trạng thái cân bằng mới thì quá trình đó có thể coi là gần cân bằng.

Một trạng thái cân bằng được xác định bởi một thông số nhiệt độ nào đó. Nếu hệ là một khối khí xác định thì mỗi trạng thái cân bằng của nó được xác định bởi hai trong ba thông số là p , V , T . Vậy mỗi trạng thái cân bằng được biểu diễn bởi một điểm trong mặt phẳng (OpV), còn một quá trình cân bằng được biểu diễn bởi một đường liên tục trong mặt phẳng ấy.

Ví dụ nén khí trong xy lanh, nếu nén thật chậm ta có một quá trình cân bằng, ngược lại nếu nén nhanh ta có một quá trình không cân bằng.

3.2.2 Khái niệm về năng lượng, công, nhiệt lượng

3.2.2.1 Năng lượng

Năng lượng của một hệ là đại lượng vật lý có thể dùng để chỉ mức độ vận động của hệ (động năng), mức độ tương tác của hệ với môi trường ngoài (thế năng) và khả năng tương tác lẫn nhau của các hạt tạo thành hệ (nội năng). Thông thường các đối tượng nghiên cứu xem là đứng yên và bỏ qua các trường ngoài, nghĩa là động năng và thế năng của hệ bằng không. Vậy *năng lượng của hệ chính là nội năng của nó*.

Quan sát thực nghiệm cho thấy ở trạng thái xác định thì nội năng U của hệ có giá trị xác định. Khi trạng thái thay đổi thì U thay đổi theo, như vậy nội năng chỉ phụ thuộc vào trạng thái của hệ mà không phụ thuộc vào quá trình biến đổi. Ta nói nội năng là hàm đơn vị của trạng thái.

Đơn vị của nội năng là đơn vị năng lượng (Joule) hay của đơn vị nhiệt lượng (Calory).

3.2.2.2 Công

Theo cơ học, khi lực tác dụng lên vật, lực đó xem như thực hiện một công nếu nó làm vật đó dịch chuyển. Theo đó, nếu ta giả thiết là khối khí đứng yên thì khái niệm công đối với chất khí được xác định như sau: Lực tác dụng lên chất khí được xem là thực hiện một công nếu làm *thể tích chất khí thay đổi*. Vậy, khái niệm công gắn liền với quá trình biến đổi thể tích. Rõ ràng là công mà hệ thực hiện được khi đi theo các qui trình khác nhau là khác nhau, hay có thể kết luận rằng công không những phụ thuộc vào trạng thái đầu và trạng thái cuối mà nó còn phụ thuộc vào qui trình đường đi. Do đó công không phải là hàm của trạng thái mà là *hàm của quá trình*.

a) Qui ước

- Công A có giá trị dương khi mà có một luồng năng lượng cơ học *chảy vào* hệ, nói cách khác nếu hệ nhận công từ ngoài thì A xem là dương.
- Công A có giá trị âm khi mà có một luồng năng lượng cơ học *chảy ra* khỏi hệ, nói cách khác nếu hệ sinh công thì A là âm.

► Lưu ý:

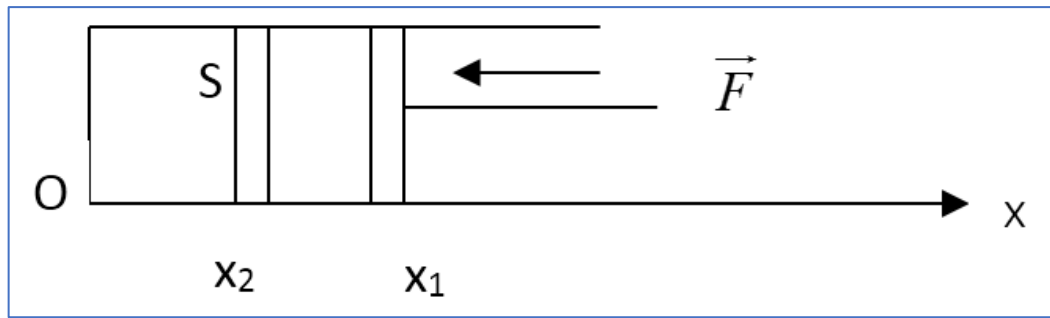
- Với những công nguyên tố, ta biểu diễn là δA (không dùng vi phân dA bởi vì công không phải là hàm của trạng thái).
- Quan sát thực nghiệm cho thấy khi hai hệ tương tác nhau, hệ nào nhận công thì nội năng tăng, hệ nào sinh công thì nội năng giảm. Vậy công là một hình thức trao đổi năng lượng giữa hai hệ. Tuy không phải là năng lượng nhưng là một hình thức trao đổi năng lượng, nên công cũng được tính theo đơn vị của năng lượng (Joule hoặc calory).

b) Biểu thức tính công trong một quá trình cân bằng

• Công nhỏ δA

Xét một khối khí trong một xy lanh, pít tông có thể di chuyển tự do không ma sát, chọn trục Ox như hình vẽ. Lúc đầu pít tông cách đáy xy lanh một khoảng là

x_1 , nén khí bằng cách tác dụng lên pít tông có diện tích S một lực \vec{F} để pít tông di chuyển đến vị trí cách đáy xy lanh một khoảng x_2 .



Áp suất bên ngoài tác dụng lên pít tông:

$$p = F/S.$$

Trong quá trình cân bằng, áp suất này là áp suất của khối khí trong xy lanh và công mà khối khí nhận được δA (dương). Công đó là công mà ta đã mất đi để nén pít tông.

Vì
$$dx = x_2 - x_1 < 0$$

nên công nhỏ:
$$\delta A = -Fdx = -pSdx = -pdV > 0$$

vậy
$$\delta A = -pdV \quad [3.2-1]$$

▪ Công lớn A

Với một quá trình biến đổi hữu hạn, trong đó thể tích của hệ thay đổi từ V_1 đến V_2 . Để tính công mà hệ nhận được trong quá trình hữu hạn này, ta chia nhỏ quá trình thành nhiều quá trình nhỏ liên tiếp để tính công vi phân δA mà hệ nhận được trong từng quá trình nhỏ, sau đó lấy tổng.

$$A = - \int_{V_1}^{V_2} \delta A$$

$$A = - \int_{V_1}^{V_2} pdV \quad [3.2-2]$$

3.2.2.3 Nhiệt lượng

Giả sử có hai vật, gồm một vật nóng và một vật lạnh tiếp xúc nhau. Quan sát thực nghiệm cho thấy, năng lượng được truyền từ vật nóng sang vật lạnh mà thể tích của hai vật vẫn không đổi, điều này có nghĩa là không có sự thực hiện công. Trường hợp này hai vật vẫn trao đổi năng lượng với nhau nhưng không phải qua công mà là qua nhiệt lượng. Nói cách khác nhiệt lượng là một dạng trao đổi khác của năng lượng khi công không được thực hiện. *Như vậy nhiệt lượng chỉ tồn tại khi có một quá trình biến đổi xảy ra, ta có thể kết luận rằng sự trao đổi nhiệt không những phụ thuộc vào trạng thái ban đầu và cuối mà còn phụ thuộc vào đường đi. Vậy nhiệt lượng không phải là hàm của trạng thái mà là hàm của quá trình.*

► **Lưu ý:** Nhiệt lượng là phần năng lượng nhiệt mà hệ trao đổi với môi trường xung quanh. Nhiệt lượng có ý nghĩa như công cơ học, nó là phần năng lượng trong trao đổi. Sẽ không có ý nghĩa khi ta nói rằng hệ ở một trạng thái nào đó có chứa một lượng nhiệt xác định nào đó.

a) Qui ước

- Một nhiệt lượng Q dương có ý nghĩa là có một luồng nhiệt chảy vào hệ thống, nói cách khác nếu *hệ nhận nhiệt* thì Q được coi là dương.
- Một nhiệt lượng Q âm có ý nghĩa là có một luồng nhiệt chảy ra khỏi hệ thống, nói cách khác nếu *hệ nhả nhiệt* thì Q được coi là âm.

► Lưu ý:

- Nhiệt lượng nhỏ được biểu diễn là δQ (không dùng vi phân dQ vì nhiệt lượng không phải là hàm của trạng thái).
- Tuy không phải là năng lượng nhưng là một hình thức trao đổi năng lượng, nên nhiệt lượng cũng được tính theo đơn vị của năng lượng (Joule hoặc calory).

b) Biểu thức tính nhiệt lượng trong một quá trình cân bằng

- Nhiệt lượng nhỏ δQ

Nếu gọi δQ là nhiệt lượng hệ nhận vào để nhiệt độ tăng dT thì người ta nhận thấy δQ tỉ lệ với dT và tỉ lệ khối lượng M của hệ, vậy:

$$\delta Q = cMdT \quad [3.2-3]$$

trong đó c là hệ số tỉ lệ, được gọi là nhiệt lượng riêng của hệ (J/kg)

Ngoài ra người ta còn định nghĩa nhiệt dung riêng phân tử C là:

$$C = \mu c$$

Vậy nhiệt lượng mà hệ nhận được:

$$\delta Q = \frac{M}{\mu} C dT \quad [3.2-4]$$

▪ Nhiệt lượng lớn Q

Xét một quá trình nung nóng hệ trong đó nhiệt độ thay đổi từ T_1 đến T_2 , để tính nhiệt lượng Q mà hệ nhận vào trong quá trình ta cũng làm tương tự như trong trường hợp công và cuối cùng:

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} \delta Q = \int_{T_1}^{T_2} \frac{M}{\mu} C dT$$

$$Q = \frac{M}{\mu} C \Delta T \quad [3.2-5]$$

Như ở trên, nhiệt lượng là hàm của quá trình, nghĩa là ứng với ΔT như nhau, nhưng với quá trình khác nhau thì nhiệt lượng nhận được khác nhau. Hai quá trình quan trọng là quá trình đẳng tích và quá trình đẳng áp:

▪ Quá trình đẳng tích: $C = C_v$, C_v được gọi là *nhiệt dung riêng phân tử đẳng tích*.

$$\delta Q = \frac{M}{\mu} C_v dT \quad [3.2-6]$$

$$Q = \frac{M}{\mu} C_v \Delta T \quad [3.2-7]$$

- Quá trình đẳng áp: $C = C_p$, C_p được gọi là *nhật dung riêng phân tử đẳng áp*.

$$\delta Q = \frac{M}{\mu} C_p dT \quad [3.2-8]$$

$$Q = \frac{M}{\mu} C_p \Delta T \quad [3.2-9]$$

3.2.3 Nguyên lý thứ nhất nhiệt động học

3.2.3.1 Phát biểu và biểu thức

a) Phát biểu: Độ biến thiên nội năng (năng lượng) của một hệ trong một quá trình biến đổi bằng tổng công và nhiệt lượng mà hệ nhận vào trong quá trình đó.

b) Biểu thức

Nếu quá trình nhỏ, độ biến thiên nội năng:

$$dU = \delta A + \delta Q \quad [3.2-10]$$

Quá trình hữu hạn:

$$\Delta U = A + Q \quad [3.2-11]$$

► **Lưu ý**:

- Chu trình khép kín (tức là sau một chu trình hệ lại trở về trạng thái ban đầu) là quá trình mà trạng thái cuối cùng với trạng thái ban đầu và vì nội năng là hàm trạng thái, nên $U_1 = U_2$. Vậy độ biến thiên nội năng (năng lượng) của một hệ trong một quá trình biến đổi bằng tổng công và nhiệt lượng mà hệ nhận vào trong quá trình đó trong trường hợp này: $\Delta U = A + Q = 0 \Rightarrow A = -Q$

- Nếu hệ nhận công ($A > 0$) thì tỏa ra nhiệt lượng Q ($Q < 0$), có nghĩa là môi trường bên ngoài nhận được một nhiệt lượng: $Q' = -Q > 0$.

- Ngược lại nếu hệ nhận nhiệt ($Q > 0$) thì sinh công ($A < 0$), có nghĩa là môi trường bên ngoài nhận được một công: $A' = -A > 0$.

3.2.3.2 Động cơ vĩnh cửu loại một

Xét một động cơ nhiệt hoạt động theo một chu trình kín, kết thúc chu trình thì độ biến thiên nội năng của hệ $\Delta U = 0$.

Nếu động cơ sinh công ($A < 0$) thì phải nhận một lượng nhiệt từ bên ngoài ($Q > 0$). Nói cách khác, động cơ muốn sinh ra công thì nó phải nhận năng lượng từ bên ngoài vào. Không thể có động cơ có sinh ra công mà không cần nhận năng lượng.

Người ta gọi một động cơ có khả năng sinh ra công mà không cần nhận năng lượng ở đầu vào là *động cơ vĩnh cửu loại một*.

Từ nguyên lý thứ nhất có thể kết luận rằng không thể nào chế tạo được động cơ vĩnh cửu loại một.

3.2.4 Ứng dụng nguyên lý thứ nhất nhiệt động học để nghiên cứu các quá trình biến đổi của khí lý tưởng

Nguyên lý thứ nhất nhiệt động học có nhiều ứng dụng khác nhau. Ở đây ta chỉ xét các ứng dụng nó vào nghiên cứu các quá trình cân bằng cơ bản:

3.2.4.1 Quá trình đẳng tích ($V = \text{const}$)

Ví dụ quá trình hơi nóng hoặc làm lạnh khối khí trong một bình kín có hệ số giãn nở không đáng kể.

a) Công mà hệ nhận được

Từ công thức [3.2-2]:

$$A = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Do $V = \text{const}$ nên $dV = 0$, vậy công mà hệ nhận trong quá trình đẳng tích:

$$A = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = 0 \quad [3.2-12]$$

b) Biến thiên nội năng

Từ công thức [3.1-11], ta có độ biến thiên nội năng:

$$\Delta U = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$$

c) Nhiệt lượng hệ nhận được

Theo nguyên lý thứ nhất ta có:

$$\begin{aligned}\Delta U &= A + Q \\ Q &= \Delta U - A = \Delta U\end{aligned}$$

Theo [3.2-7] thì:

$$Q = \frac{M}{\mu} C_v \Delta T \quad [3.2-13]$$

Từ biểu thức $Q = \Delta U$, suy ra nhiệt dung riêng phân tử đẳng tích:

$$C_v = \frac{iR}{2} \quad [3.2-14]$$

3.2.4.2 Quá trình đẳng áp ($p = \text{const}$)

Ví dụ nung nóng hoặc làm lạnh khối khí đựng trong một xy lanh với pít tông có thể di chuyển tự do.

a) Công mà hệ nhận được

Từ công thức [3.2-2]:

$$A = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Do $p = \text{const}$ nên:

$$A = -p \int_{V_1}^{V_2} dV = -p(V_2 - V_1)$$

Vậy công mà hệ nhận được trong quá trình đẳng áp:

$$A = p(V_1 - V_2) \quad [3.2-15]$$

b) Độ biến thiên nội năng

Từ công thức [3.1-11], ta có độ biến thiên nội năng:

$$\Delta U = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$$

c) Nhiệt lượng hệ nhận được

Theo nguyên lý thứ nhất ta có:

$$Q = \Delta U - A = \frac{M}{\mu} \frac{iR}{2} \Delta T + p(V_2 - V_1)$$

$$Q = \frac{M}{\mu} \frac{iR}{2} \Delta T + \frac{M}{\mu} RT_2 - \frac{M}{\mu} RT_1$$

$$Q = \frac{M}{\mu} \frac{iR}{2} \Delta T + \frac{M}{\mu} R(T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} \frac{iR}{2} \Delta T + \frac{M}{\mu} R \Delta T$$

Vậy nhiệt lượng mà hệ nhận được trong quá trình đẳng áp

$$Q = \frac{M}{\mu} \left(\frac{i}{2} + 1 \right) R \Delta T \quad [3.2-16]$$

So sánh công thức [3.2-16] với [3.2-9]:

$$Q = \frac{M}{\mu} C_p \Delta T$$

Ta có nhiệt dung phân tử đẳng áp: $C_p = \frac{iR}{2} + R = C_v + R$

Suy ra hệ thức: $C_p - C_v = R \quad [3.2-17]$

Được gọi là phương trình Maier.

Tỉ số $\frac{C_p}{C_v} = \gamma = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}$

Vậy $\gamma = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i} \quad [3.2-18]$

γ được gọi là hệ số Poisson.

3.2.4.3 Quá trình đẳng nhiệt ($T = \text{const}$)

Để cho một quá trình có thể là đẳng nhiệt thì nhiệt lượng từ bên ngoài cung cấp cho hệ cũng như là nhiệt lượng mà hệ nhả ra cho môi trường xung quanh phải diễn ra rất chậm sao cho hệ luôn luôn ở trạng thái cân bằng nhiệt trong suốt quá trình đó. Ví dụ quá trình nén hoặc giãn rất chậm một khối khí trong trường hợp môi trường có nhiệt độ không đổi.

a) Công mà hệ nhận được

Từ công thức [3.2-2]:

$$A = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

dẫn đến:

$$pV = p_1V_1 = p_2V_2 = \text{const}$$

nên:

$$A = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = -p_1V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -p_1V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Vậy công mà hệ nhận được trong quá trình đẳng nhiệt:

$$A = - \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad [3.2-19]$$

b) Độ biến thiên nội năng

Tương tự như trên độ biến thiên nội năng theo công thức [3.1-11]:

$$\Delta U = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$$

do $T = \text{const}$ nên $\Delta T = 0$, vậy:

$$\Delta U = 0 \quad [3.2-20]$$

c) Nhiệt lượng hệ nhận được

$$Q = \Delta U - A = -A$$

$$Q = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad [3.2-21]$$

3.2.4.4 Quá trình đoạn nhiệt

Quá trình đoạn nhiệt là quá trình mà trong đó không có sự truyền nhiệt vào trong cũng như mất nhiệt ra khỏi hệ nhiệt động đang xét. Nói cách khác, quá trình đoạn nhiệt là một quá trình hoàn toàn cách nhiệt ($Q = 0$). Ví dụ quá trình nén hoặc giãn khí trong một bình có vỏ cách nhiệt tốt.

Theo nguyên lý thứ nhất:

$$dU = \delta A + \delta Q$$

Vì $\delta Q = 0 \rightarrow dU = \delta A$ (*)

mà $U = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} RT$

và $pV = \frac{M}{\mu} RT$

vậy $U = \frac{i}{2} pV \rightarrow dU = \frac{i}{2} (pdV + Vdp)$ (**)

Theo [3.2-1], thì: $\delta A = -pdV$

Vậy theo (*) và (**) thì:

$$\frac{i}{2} (pdV + Vdp) = -pdV \rightarrow \left(\frac{i}{2} + 1\right) pdV + \frac{i}{2} Vdp = 0$$

Với γ là hệ số Poisson có được từ công thức [3.2-18]

nên $\gamma pdV + Vdp = 0$

chia hai vế cho pV

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0$$

Tích phân hai vế: $\ln V^\gamma + \ln p = \text{const} \rightarrow \ln(pV^\gamma) = \text{const}$

Do đó $pV^\gamma = \text{const}$ [3.2-22]

được gọi là phương trình Poisson đối với quá trình đoạn nhiệt.

Từ phương trình trạng thái của khí lý tưởng ta có thể rút ra áp suất p

$$p = \frac{M}{V\mu} RT$$

Thay p vào phương trình Poisson [3.2-22]

Ta có: $\frac{M}{\mu} RTV^{\gamma-1} = \text{const}$

Suy ra phương trình:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad [3.2-23]$$

Độ biến thiên nội năng

$$\Delta U = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$$

Công mà hệ nhận được

$$A = \Delta U - Q = \Delta U = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

mà

$$1 + \frac{2}{i} = \gamma \rightarrow \frac{i}{2} = \frac{1}{\gamma - 1}$$

Vậy công mà hệ nhận được trong quá trình đoạn nhiệt

$$A = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\gamma - 1} \quad [3.2-24]$$

3.2.4.5 Quá trình đa biến (polytropic)

Tất cả các quá trình mà ta vừa xét ở trên là những trường hợp riêng của quá trình đa biến. Quá trình đa biến là quá trình mà áp suất và thể tích khí lý tưởng liên hệ với nhau bằng hệ thức:

$$pV^n = \text{const} \quad [3.2-25]$$

Trong đó n có thể lấy giá trị từ $-\infty$ đến $+\infty$.

Các trường hợp riêng của quá trình đa biến được nêu trong bảng sau.

Từ [3.2-25] ta có thể suy ra quá trình đẳng tích như sau:

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n \quad [3.2-26]$$

Hệ số n

N	Quá trình
0	Đẳng áp
1	Đẳng nhiệt
γ	Đoạn nhiệt
$\pm\infty$	Đẳng tích

Trong đó các chỉ số 1 và 2 chỉ hai trạng thái tùy ý nào đó.

Từ [3.2-26], lấy căn bậc n :

$$p_1^{\frac{1}{n}} V_1 = p_2^{\frac{1}{n}} V_2$$

Khi $n \rightarrow \pm\infty$, ta được $V_1 = V_2$, nghĩa là quá trình biến đổi từ trạng thái 1 sang trạng thái 2 là quá trình đẳng tích.

3.3 NGUYÊN LÝ THỨ HAI NHIỆT ĐỘNG HỌC

3.3.1 Những hạn chế của nguyên lý thứ nhất nhiệt động học

Nguyên lý thứ nhất của nhiệt động học là thể hiện định luật bảo toàn năng lượng trong tự nhiên. Nói cách khác, mọi quá trình diễn ra trong tự nhiên đều phải tuân theo nguyên lý thứ nhất. Tuy nhiên có nhiều quá trình nhiệt động trong tự nhiên chỉ có thể xảy ra theo một chiều mà không xảy ra theo chiều ngược lại mặc dù quá trình ngược vẫn không vi phạm nguyên lý thứ nhất. Sau đây là những hạn chế của nguyên lý thứ nhất

- Xét quá trình trao đổi nhiệt giữa hai vật có nhiệt độ T_1 và T_2 khác nhau. Theo nguyên lý thứ nhất, vật này mất bao nhiêu nhiệt lượng thì vật kia nhận bấy nhiêu nhiệt lượng. Như vậy, nhiệt có thể truyền từ vật nóng sang vật lạnh và cũng có thể truyền từ vật lạnh sang vật nóng, vậy quá trình truyền nhiệt có thể xảy ra theo hai chiều. Tuy nhiên, thực tế cho thấy, nhiệt luôn truyền từ vật nóng sang vật lạnh hơn mà không có quá trình ngược lại.
- Theo nguyên lý thứ nhất công và nhiệt lượng là tương đương nhau nhưng thực tế công có thể chuyển hoàn toàn thành nhiệt lượng nhưng ngược lại nhiệt lượng chỉ biến một phần thành công.
- Nguyên lý thứ nhất không quan tâm đến nhiệt độ của nhiệt lượng khi biến thành công. Thực tế thì nhiệt lượng ở nhiệt độ cao khi biến thành công tốt hơn nhiệt lượng ở nhiệt độ thấp, nói khác đi nguyên lý thứ nhất không quan tâm đến chất lượng nhiệt.

Nguyên lý thứ hai nhiệt động học bổ sung và làm hoàn thiện thêm nguyên lý thứ nhất nhiệt động học. Nó cho ta biết chiều diễn tiến của các quá trình và giúp ta

xác định các giới hạn cho phép của các quá trình xảy ra trong tự nhiên. Chiều diễn tiến tự nhiên của các quá trình nhiệt động có liên quan đến sự thay đổi của entropy của hệ. Khái niệm entropy, là đại lượng đo mức độ vô trật tự hay mức độ ngẫu nhiên của một hệ thống ta đang xét.

3.3.2 Quá trình thuận nghịch và không thuận nghịch.

Quá trình đưa một hệ nhiệt động từ trạng thái một sang trạng thái hai được gọi là *thuận nghịch* nếu ta có thể thực hiện được quá trình ngược lại, tức là đưa hệ từ trạng thái hai trở về trạng thái một và *đi qua đúng mọi trạng thái trung gian* giống hệt như đi theo chiều thuận từ một sang hai và khi hệ trở về trạng thái ban đầu thì không xảy ra một biến đổi nào trong hệ cũng như môi trường xung quanh. Nếu không thực hiện được quá trình ngược lại đi qua đúng các trạng thái trung gian như cũ, thì quá trình đó được gọi là *không thuận nghịch*, các quá trình có ma sát là không thuận nghịch.

Với định nghĩa trên, rõ ràng quá trình thuận nghịch phải là một quá trình diễn ra rất chậm sao cho khi chuyển từ một trạng thái trung gian này qua một trạng thái trung gian khác rất gần nó thì hệ phải ở trạng thái gần như cân bằng (gọi là giả cân bằng). Ví dụ sự truyền nhiệt giữa hai vật có nhiệt độ rất gần nhau nghĩa là nhiệt độ của chúng chỉ khác nhau một ít có thể coi như là một quá trình thuận nghịch. Vì vậy ta có thể coi quá trình thuận nghịch là một chuỗi của các quá trình cân bằng.

Trong tự nhiên không có quá trình thuận nghịch, chỉ tồn tại các quá trình không thuận nghịch. Tuy nhiên, ta vẫn xem có quá trình thuận nghịch là do ta *lý tưởng hóa* các quá trình giả cân bằng diễn ra rất chậm.

Ví dụ dao động không ma sát của con lắc có nhiệt độ bằng nhiệt độ của môi trường. Do không ma sát nên sau quá trình thuận và quá trình nghịch, nhiệt và công trao đổi với bên ngoài bằng không. Kết quả là môi trường chung quanh không bị biến đổi, ta xem đó là quá trình thuận nghịch.

Ngược lại khi dao động con lắc có ma sát, một phần công cơ học biến thành nhiệt, nhiệt đó sẽ làm nóng các vật chung quanh chứ không tự nó biến thành công được, nghĩa là môi trường chung quanh bị biến đổi. Đây là quá trình không thuận nghịch.

3.3.3 Nguyên lý thứ hai nhiệt động học

Nguyên lý thứ hai bổ sung và làm hoàn thiện cho nguyên lý thứ nhất của nhiệt động học. Tương tự nguyên lý thứ nhất, nguyên lý thứ hai được thừa nhận là tiên đề (không chứng minh) dựa vào kinh nghiệm của loài người. Nguyên lý thứ hai được phát biểu dưới nhiều cách khác nhau, thực chất là hoàn toàn tương đương nhau, ở đây ta trình bày cách liên quan tới máy nhiệt.

3.3.3.1 Máy nhiệt

Máy nhiệt là một hệ hoạt động tuần hoàn để biến công thành nhiệt hoặc nhiệt thành công. Trong máy nhiệt có chất vận chuyển (hơi nước, khí, xăng...) làm nhiệm vụ biến nhiệt thành công hoặc ngược lại. Những chất vận chuyển này gọi là các tác nhân (TN). Khi máy hoạt động, tác nhân trao đổi nhiệt với các vật có nhiệt độ không đổi gọi là nguồn nhiệt. Nguồn nhiệt có nhiệt độ cao hơn gọi là nguồn nóng, nguồn nhiệt có nhiệt độ thấp hơn gọi là nguồn lạnh. Do các máy nhiệt đều hoạt động tuần hoàn, nên tác nhân biến đổi theo các chu trình. Sau mỗi chu trình, tác nhân biến một phần nhiệt thành công hoặc một phần công thành nhiệt rồi trở về trạng thái ban đầu. Tùy theo nhiệm vụ của máy nhiệt, ta chia chúng ra làm hai loại:

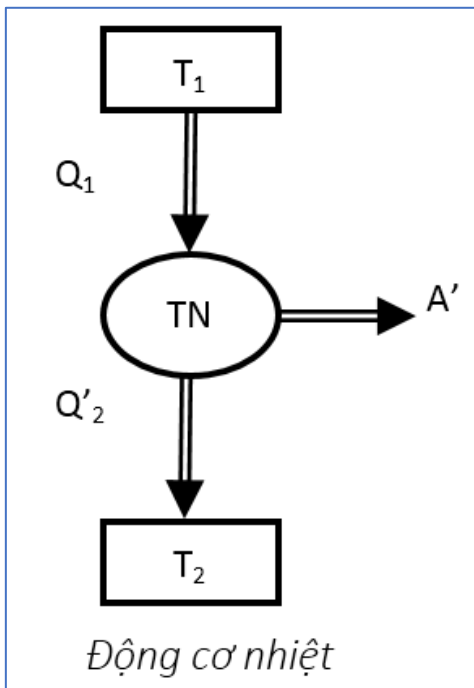
a) Động cơ nhiệt

- **Nguyên tắc:** là loại máy nhiệt biến đổi nhiệt lượng thành công
- **Cấu tạo** gồm ba phần: nguồn nóng có nhiệt độ T_1 , nguồn lạnh có nhiệt độ T_2 và môi trường vật chất có nhiệm vụ làm biến đổi nhiệt thành công (tác nhân: TN)

• **Hoạt động:** Theo chu trình khép kín, trong một chu trình, tác nhân nhận nhiệt lượng Q_1 từ nguồn nóng có nhiệt độ T_1 , biến một phần thành công A' cho bên ngoài, phần còn lại là Q_2' nhả cho nguồn lạnh có nhiệt độ T_2 và trở về trạng thái ban đầu, quá trình lặp lại.

• **Hiệu suất của động cơ nhiệt η :** là tỉ số giữa công sinh ra A' và nhiệt lượng nhận vào Q_1

$$\eta = \frac{A'}{Q_1} \quad [3.3-1]$$



Theo nguyên lý thứ nhất, trong một chu trình, nhiệt lượng mà hệ nhận vào Q_1 bằng công A' do tác nhân sinh ra cộng với nhiệt Q_2' mà hệ nhả ra cho nguồn lạnh:

$$Q_1 = A' + Q_2'$$

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1}$$

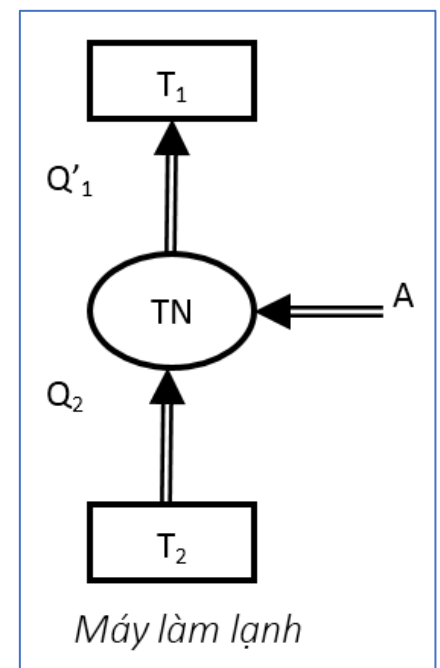
Vậy hiệu suất của động cơ nhiệt:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1} \quad [3.3-2]$$

b) Máy làm lạnh

• **Nguyên tắc:** là máy nhiệt biến công thành nhiệt. Tác nhân trong máy làm lạnh biến đổi theo quá trình ngược với động cơ nhiệt.

• **Hoạt động:** Trong quá trình tác nhân nhận (tiêu thụ) công A của ngoại vật và lấy một nhiệt lượng Q_2 của nguồn lạnh và nhả nhiệt lượng Q_1' cho nguồn nóng. Theo định nghĩa, hệ số làm lạnh là tỉ số giữa nhiệt lượng Q_2 và công A :



$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A}$$

Theo nguyên lý thứ nhất, ta có:

$$Q_1' = A + Q_2 \rightarrow A = Q_1' - Q_2$$

Vậy hệ số làm lạnh của máy làm lạnh:

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{Q_1' - Q_2} \quad [3.3-3]$$

3.3.3.2 Phát biểu nguyên lý thứ hai

a) Phát biểu của Thompson (liên quan đến động cơ nhiệt)

Thực nghiệm xác nhận rằng *không thể* chế tạo được một động cơ nhiệt mà động cơ này biến đổi hoàn toàn lượng nhiệt mà nó nhận thành công cơ học, nói cách khác không thể chế tạo được động cơ nhiệt hiệu suất 100%. Trong các động cơ nhiệt, việc chuyển một phần nhiệt lượng dư thừa cho nguồn lạnh là *một điều bắt buộc*. Điều vừa nêu trên được Thompson phát biểu dưới dạng nguyên lý thứ hai nhiệt động học như sau:

Một động cơ nhiệt không thể sinh công nếu như nó chỉ trao đổi nhiệt với một nguồn nhiệt duy nhất.

Người ta gọi động cơ nhiệt hoạt động tuần hoàn sinh ra công bằng cách trao đổi nhiệt với một nguồn duy nhất là *động cơ vĩnh cửu loại hai*, nói khác đi động cơ vĩnh cửu loại hai là động cơ nhiệt có hiệu suất 100%. Nguyên lý thứ hai khẳng định rằng không thể chế tạo động cơ vĩnh cửu loại hai.

b) Phát biểu của Clausius (liên quan đến máy làm lạnh)

Một động cơ nhiệt lấy nhiệt từ một nguồn nóng và nhả một phần nhiệt cho một nguồn lạnh sau khi đã sản ra một công cơ học nào đó, nghĩa là động cơ nhiệt tạo ra một công cơ học *ở đâu ra*. Một máy lạnh làm việc hoàn toàn ngược lại, nó lấy nhiệt từ nguồn lạnh (tức là các vật nằm trong buồng lạnh xem như một tủ lạnh)

và nhả nhiệt cho nguồn nóng hơn (tức môi trường xung quanh) nhưng khác với động cơ nhiệt là máy lạnh *đòi hỏi một công cơ học* ở đầu vào.

Cần lưu ý rằng trong máy lạnh, nhiệt được truyền từ vật lạnh sang vật nóng nhưng đó *không phải là một quá trình diễn tiến một cách tự nhiên* mà là quá trình có sự can thiệp từ bên ngoài, nghĩa là môi trường chung quanh bị biến đổi: ta phải đưa một công cơ học vào hệ thì khi đó mới có quá trình truyền nhiệt từ vật lạnh sang vật nóng hơn.

Các phân tích trên đây về nguyên lý làm việc của máy lạnh dẫn đến một cách phát biểu khác của nguyên lý thứ hai nhiệt động học. Đó là cách phát biểu của Clausius:

Không thể tồn tại một quá trình nhiệt động mà kết quả duy nhất là sự truyền nhiệt từ vật lạnh hơn sang vật nóng hơn.

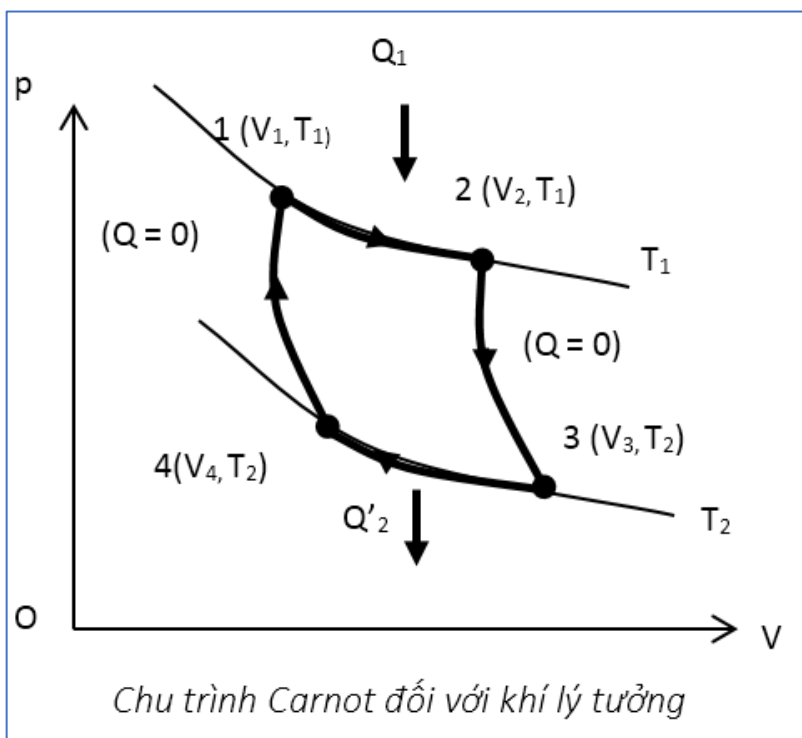
Tóm lại, theo nguyên lý thứ hai nhiệt động học thì công có thể biến hoàn toàn thành nhiệt như trong các quá trình có sự tham gia của ma sát, của độ nhớt chất lỏng nhưng ngược lại nhiệt chỉ có thể biến một phần của nó thành công cơ học, phần còn lại của nhiệt phải bỏ đi dưới dạng hao phí cho môi trường xung quanh làm cho môi trường (nguồn nóng) nóng lên.

3.3.4 Chu trình Carnot và định lý Carnot

Theo nguyên lý thứ hai nhiệt động học thì không có động cơ nhiệt nào có thể có hiệu suất đạt 100%. Đó là một điều khẳng định. Tuy nhiên có một câu hỏi có thể đặt ra như sau: *Hiệu suất cực đại* mà một động cơ nhiệt làm việc với hai nguồn nhiệt có nhiệt độ T_1 và T_2 có thể đạt được là bao nhiêu? Câu hỏi này được một kỹ sư công binh người Pháp là Sadi Carnot (1796-1832) tìm ra ở đầu thế kỷ 19. Carnot *đã lý tưởng hóa* động cơ nhiệt có hiệu suất cực đại và tuân theo nguyên lý thứ hai nhiệt động học. Động cơ này hoạt động theo chu trình kín gọi là *chu trình Carnot*.

3.3.4.1 Chu trình Carnot thuận nghịch

Ta biết rằng quá trình chuyển đổi giữa nhiệt và công là quá trình không thuận nghịch: công có thể chuyển đổi hoàn toàn thành nhiệt nhưng nhiệt chỉ có thể chuyển đổi một phần thành công. Mục đích của các động cơ nhiệt chỉ là thực hiện một khâu trong quá trình trên: biến nhiệt thành công. Để đạt được hiệu suất tối đa, ta phải *loại bỏ quá trình bất thuận nghịch*. Để đạt được hiệu suất tối đa, ta phải loại bỏ mọi quá trình bất thuận nghịch trong động cơ nhiệt. Muốn vậy động cơ nhiệt phải làm việc theo chu trình Carnot sẽ đề cập sau đây.



Sự truyền nhiệt giữa hai vật có nhiệt độ khác nhau là một quá trình không thuận nghịch. Do đó, quá trình truyền nhiệt trong chu trình Carnot phải *loại bỏ sự chênh lệch về nhiệt độ giữa các vật*. Nghĩa là khi động cơ nhận nhiệt lượng Q_1 từ nguồn nóng (có nhiệt độ T_1) thì tác nhân cũng phải có nhiệt độ

là T_1 , nếu không sẽ có quá trình truyền nhiệt không thuận nghịch xảy ra. Tương tự, khi động cơ nhả nhiệt lượng Q_2 cho nguồn lạnh (có nhiệt độ T_2) thì tác nhân cũng phải có nhiệt độ T_2 . Do đó, nếu trong chu trình có xảy ra sự truyền nhiệt thì các quá trình đó phải là *quá trình đẳng nhiệt*.

Ngoài ra, bất kỳ quá trình nào mà trong đó nhiệt độ của tác nhân nằm trung gian giữa các nhiệt độ T_1 và T_2 thì *không được xảy ra sự truyền nhiệt giữa các tác nhân và các nguồn nhiệt*, nói khác đi quá trình đó phải là *quá trình đoạn nhiệt* ($Q = 0$).

Từ những điều đã trình bày ở trên, ta có thể xây dựng được các bước trong một chu trình Carnot của một động cơ nhiệt.

Ta thấy có hai quá trình đẳng nhiệt tương ứng với hai nhiệt độ T_1 và T_2 của nguồn nóng và nguồn lạnh và hai quá trình đoạn nhiệt ($Q=0$).

Chu trình Carnot gồm hai quá trình đẳng nhiệt và hai quá trình đoạn nhiệt.

- Quá trình 1 \rightarrow 2: Chất khí *dãn nở đẳng nhiệt* ở nhiệt độ T_1 . Ở quá trình này, tác nhân nhận nhiệt lượng $Q_1 = Q_{12}$ từ nguồn nóng, sinh công A_{12}' .
- Quá trình 2 \rightarrow 3: Chất khí *dãn nở đoạn nhiệt* (không có sự trao đổi nhiệt với xung quanh nên $Q = 0$). Tác nhân sinh công A_{23}' , do đó nhiệt độ của nó giảm từ T_1 xuống T_2 .
- Quá trình 3 \rightarrow 4: Chất khí bị *nén đẳng nhiệt* ở nhiệt độ T_2 . Quá trình này tác nhân nhả nhiệt lượng $Q_2' = -Q_{34}$ cho nguồn lạnh và nhận công A_{34} .
- Quá trình 4 \rightarrow 1: Chất khí bị *nén đoạn nhiệt*. Tác nhân nhận công A_{41} nên nhiệt độ của nó tăng từ T_2 lên T_1 và quay về trạng thái ban đầu và kết thúc chu trình Carnot.

3.3.4.2 Hiệu suất của chu trình Carnot thuận nghịch

Từ công thức hiệu suất của động cơ nhiệt [3.3-2]

$$\eta = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1}$$

Theo [3.2-21], nhiệt lượng tác nhân nhận được trong quá trình 1 \rightarrow 2

$$Q_1 = Q_{12} = \frac{M}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Tương tự trong quá trình 3 \rightarrow 4 nhiệt lượng nhả:

$$Q_2' = -Q_{34} = \frac{M}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$\frac{Q'_2}{Q_1} = \frac{T_2 \ln \frac{V_4}{V_3}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

Từ hai quá trình đoạn nhiệt $2 \rightarrow 3$ và $4 \rightarrow 1$, ta có các phương trình:

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$$

Suy ra:
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

Do đó
$$\frac{Q'_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Hiệu suất của động cơ Carnot:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Hoặc có thể viết:
$$\eta_m^C = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

[3.3-4]

Vậy hiệu suất của động cơ hoạt động theo chu trình Carnot thuận nghịch đối với khí lý tưởng chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ của nguồn nóng và nguồn lạnh

Nếu:
$$T_1 = T_2 \Rightarrow \eta = 0$$

Nghĩa là nếu động cơ hoạt động với một nguồn nhiệt thì không thể nào sinh công.

► **Lưu ý:** Chu trình Carnot thuận nghịch có thể tiến hành theo chiều ngược lại $4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. Trong chu trình ngược này, tác nhân nhận của nguồn lạnh nhiệt lượng Q_2 , nhận công A từ bên ngoài và nhả cho nguồn nóng nhiệt lượng Q_1 . Đó là máy làm lạnh.

3.3.4.3 Hệ quả

1) Hiệu suất cực đại của động cơ nhiệt luôn luôn nhỏ hơn 1.

2) Ta thấy η_m^C phụ thuộc T_2, T_1

Nếu
$$\frac{T_2}{T_1} \ll 1 \Rightarrow \eta_m^C \sim 1$$

Vậy để tăng hiệu suất của động cơ nhiệt thì ta tăng nhiệt độ T_1 của nguồn nóng, hạ nhiệt độ T_2 của nguồn lạnh.

3) Hai động cơ nhiệt như nhau, có T_2 như nhau nhưng động cơ nào có T_1 lớn hơn thì có η lớn hơn. Mặt khác $\eta = \frac{A'}{Q_1}$, do đó nếu hai động cơ có Q_1 như nhau động cơ nào có η lớn hơn thì sinh công nhiều hơn.

Vậy cũng nhiệt lượng Q_1 như nhau nhưng nếu được lấy ra từ nơi có nhiệt độ (T_1) cao hơn thì sẽ biến thành nhiều công hơn. Ta nói: nhiệt lượng lấy ở nhiệt độ cao có chất lượng hơn nhiệt lượng lấy ở nhiệt độ thấp.

4) Muốn tăng hiệu suất của động cơ thì ngoài các cách làm nói trên còn phải chế tạo sao cho động cơ này càng gần động cơ thuận nghịch.

3.3.4.4 Định lý Carnot

a) Định lý 1: Hiệu suất của các động cơ nhiệt làm việc theo chu trình Carnot thuận nghịch, hoạt động giữa hai nguồn nhiệt có nhiệt độ T_1 và T_2 cho trước thì bằng nhau và độc lập với hệ dùng để sinh công.

b) Định lý 2: Hiệu suất của động cơ không thuận nghịch thì nhỏ hơn hiệu suất của động cơ thuận nghịch:

$$\eta_{km} < \eta_m$$

c) Định lý 3: Trong cùng điều kiện như nhau, chu trình Carnot luôn luôn có hiệu suất lớn hơn các chu trình không phải Carnot.

Từ ba định lý trên, ta có thể rút ra:

$$\eta_{km} < \eta_m < \eta_m^C = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

3.3.5 Công thức định lượng của nguyên lý thứ hai

Cách phát biểu của nguyên lý thứ hai nhiệt động học trình bày trước đây không đưa ra một quan hệ định lượng hay một công thức toán học nào cả mà chỉ nêu lên điều “không thể có” nào đó mà thôi. Tuy nhiên, chúng ta cũng có thể diễn đạt một cách định lượng nguyên lý thứ hai như sau:

3.3.5.1 Trường hợp có hai nguồn nhiệt

Xét động cơ nhiệt hoạt động theo hai chu trình Carnot thuận nghịch và không thuận nghịch khác nhau, hiệu suất của chúng lần lượt là:

$$\eta_m^c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Và

$$\eta_{kn}^c = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Biết rằng

$$\eta_{kn}^c < \eta_m^c$$

Nên

$$1 - \frac{Q'_2}{Q_1} \leq 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Suy ra

$$\frac{T_2}{T_1} \leq \frac{Q'_2}{Q_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} \leq \frac{Q'_2}{T_2}$$

Mà

$$Q'_2 = -Q_2$$

Vậy

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

[3.3-5]

$\frac{Q_1}{T_1}$ là nhiệt rút gọn của nguồn nóng

$\frac{Q_2}{T_2}$ là nhiệt rút gọn của nguồn lạnh

Trong [3.3-5], dấu “=” ứng với chu trình Carnot thuận nghịch, dấu “<” ứng với chu trình Carnot không thuận nghịch. Công thức [3.3-5] gọi là bất đẳng thức Clausius cho động cơ nhiệt với hai nguồn nhiệt, hay là công thức định lượng của nguyên lý thứ hai đối với chu trình có hai nguồn nhiệt.

3.3.5.2 Mở rộng ra cho động cơ nhiệt với nhiều nguồn nhiệt

Xét chu trình Carnot gồm nhiều quá trình đẳng nhiệt và đoạn nhiệt kế tiếp nhau. Gọi $Q_1, Q_2, \dots, Q_i, \dots$ là nhiệt lượng mà tác nhân nhận được từ nguồn nhiệt có nhiệt độ $T_1, T_2, \dots, T_i, \dots$, từ [3.3-5] có thể suy rộng ra ***trường hợp chu trình Carnot có dạng bất kỳ, trong đó nhiệt độ biến thiên liên tục.***

Lúc này cơ thể coi tác nhân tiếp xúc với vô số nguồn nhiệt có nhiệt độ rất gần nhau, mỗi lần tiếp xúc tác nhân nhận một nhiệt lượng δQ . Khi đó bất đẳng thức Clausius trở thành:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad [3.3-6]$$

\oint : tích phân lấy trên toàn bộ chu trình

δQ : nhiệt lượng mà tác nhân nhận tại nhiệt độ T

Tích phân $\oint \frac{\delta Q}{T}$ được gọi là tích phân Clausius còn (8-6) được gọi là bất đẳng thức Clausius (dấu = ứng với chu trình Carnot thuận nghịch, dấu < ứng với chu trình Carnot không thuận nghịch), công thức (8-6) còn gọi là công thức định lượng của nguyên lý thứ hai.

3.3.6 Hàm entropy và nguyên lý tăng entropy

3.3.6.1 Khái niệm entropy và hàm entropy

Trong tự nhiên các quá trình nhiệt động chỉ xảy ra theo một chiều xác định. Nguyên lý thứ hai của nhiệt động học sẽ cho chúng ta biết chiều diễn tiến của các quá trình nhiệt động xảy ra và giúp chúng ta xác định các giới hạn cho phép của các quá trình này trong tự nhiên thông qua một khái niệm vật lý mới là *entropy*.

Entropy là đại lượng vật lý đo *mức độ vô trật tự hay mức độ ngẫu nhiên* của một hệ. Chiều diễn tiến tự nhiên của các quá trình nhiệt động có sự liên hệ với sự thay đổi của entropy của hệ.

Xét quá trình dẫn nở đẳng nhiệt rất nhỏ của một khí lý tưởng. Trong quá trình đó, ta phải cung cấp cho hệ một lượng nhiệt vô cùng bé δQ để làm cho thể tích của hệ dẫn nở thêm một lượng là dV mà vẫn giữ nguyên ở nhiệt độ T . Vì nội năng của khí chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ của nó nên trong quá trình này nội năng của khí không thay đổi ($dU=0$). Theo nguyên lý thứ nhất ta có:

$$dU = \delta A + \delta Q = 0 \text{ hay } \delta Q = -\delta A = pdV$$

Từ phương trình trạng thái của khí lý tưởng $pV = \frac{M}{\mu}RT$ ta suy ra:

$$p = \frac{M}{\mu} \frac{RT}{V}$$

Hay từ đó:

$$\delta Q = pdV = \frac{M}{\mu} RT \frac{dV}{V}$$

Hay

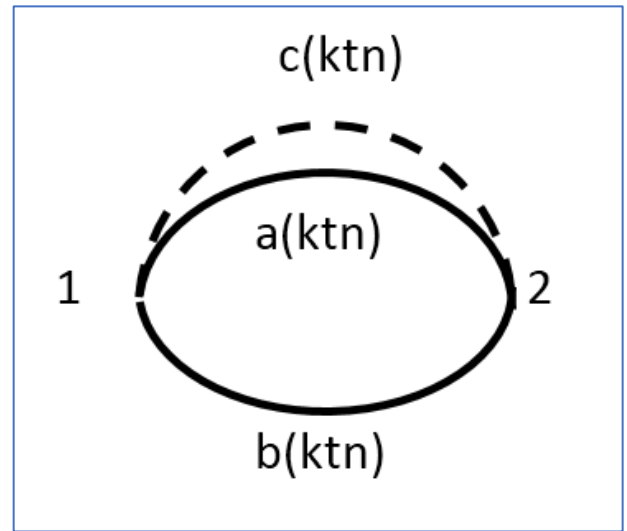
$$\frac{dV}{V} = \left(\frac{\mu}{MR} \right) \frac{\delta Q}{T}$$

Nói cách khác $\frac{dV}{V}$ tỉ lệ với đại lượng $\frac{\delta Q}{T}$.

Khi dẫn nở, thể tích của chất khí tăng thêm một lượng là dV và do đó thể tích ở trạng thái cuối là $(V+dV)$. Các phân tử khí chuyển động trong một không gian lớn hơn do đó tính vô trật tự của chúng được tăng lên. Rõ ràng, ta có thể chọn đại lượng $\frac{dV}{V}$ làm đại lượng mô tả sự thay đổi của tính vô trật tự của các phân tử ở một trạng thái và ta thấy nó tỉ lệ với $\frac{\delta Q}{T}$.

3.3.6.2 Hàm entropy

Hình bên trình bày hai chu trình kín: $1 \rightarrow a \rightarrow 2 \rightarrow b \rightarrow 1$ là chu trình thuận nghịch (tn) và được biểu diễn bằng đường khép kín liền nét; còn chu trình $1 \rightarrow c \rightarrow 2 \rightarrow b \rightarrow 1$ là chu trình không thuận nghịch (ktn) và được biểu diễn có một phần $1 \rightarrow c \rightarrow 2$ là đường nét đứt. Khi chuyển hệ từ



trạng thái đầu 1 sang trạng thái cuối 2 ta có thể đi theo đường thuận nghịch $1 \rightarrow a \rightarrow 2$ hoặc cũng có thể đi theo đường không thuận nghịch $1 \rightarrow c \rightarrow 2$.

Trước tiên, ta xét trường hợp hệ làm việc theo chu trình thuận nghịch. Theo công thức [3.3-6] cho trường hợp này ta có:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \Rightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

Đổi cận tích phân

$$\int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} = - \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T}$$

$$\Rightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} - \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T} = 0 \Rightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T}$$

Phương trình trên chứng tỏ rằng trong các quá trình thuận nghịch, khi chuyển hệ từ trạng thái 1 sang trạng thái 2 thì tích phân $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$ chỉ phụ thuộc vào các trạng thái đầu và cuối và không phụ thuộc vào đường đi. Ta nhớ lại là hàm thế năng và nội năng cũng có tính chất như vậy. Do đó, nếu ta đưa vào một hàm S là *một hàm chỉ phụ thuộc vào trạng thái* của hệ sao cho độ biến thiên của nó được định nghĩa bởi:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad [3.3-7]$$

và S được gọi là *entropy* của hệ.

Như vậy, ta thấy rõ entropy S là *một hàm trạng thái*. Ở một trạng thái xác định thì entropy của hệ chỉ có một giá trị xác định.

► Lưu ý:

- S là một hàm trạng thái nghĩa là ở mỗi trạng thái của hệ thì S có một giá trị xác định và nó không phụ thuộc dạng của quá trình (đường đi) mà chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu và cuối.
- S là một đại lượng có thể cộng được, nghĩa là entropy của một hệ cân bằng, bằng tổng entropy của từng phần riêng biệt.
- Công thức (3-7) chỉ xác định sự biến thiên của entropy S chứ không xác định chính hàm S . Tuy nhiên, cũng giống như trước đây ta đã làm với nội năng và thế năng và S được xác định sai kém một hằng số vì:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow S = S_0 + \int \frac{\delta Q}{T}$$

S_0 là giá trị entropy tại gốc tính, người ta thường quy ước $S_0 = 0$ cho trạng thái $T = 0^\circ\text{K}$

Đơn vị của entropy trong hệ đơn vị SI là Joule trên Kelvin (J/K).

3.3.6.3 Nguyên lý tăng entropy

Ta hãy xét một chu trình không thuận nghịch gồm hai đường đi $1 \rightarrow c \rightarrow 2$ và $2 \rightarrow b \rightarrow 1$.

Trong trường hợp này công thức (8-6) cho:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

Nhưng

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1c2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} < 0$$

(ktn) (tn)

Hay

$$\int_{1c2} \frac{\delta Q}{T} - \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T} < 0$$

(ktn) (tn)

Hãy

$$\int_{1c2}^{1b2} \frac{\delta Q}{T} < \int_{(km)}^{(tn)} \frac{\delta Q}{T}$$

Theo [3.3-7] thì:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{1b2}^{1a2} \frac{\delta Q}{T}$$

Nên ta suy ra:

$$\int_{1c2}^{1b2} \frac{\delta Q}{T} < \Delta S \quad [3.3-8]$$

Kết hợp [3.3-7] và [3.3-8] ta có thể viết bất đẳng thức sau đây cho một quá trình nhiệt động bất kỳ:

$$\Delta S \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad [3.3-9]$$

Dấu = ứng với quá trình thuận nghịch còn dấu > ứng với quá trình không thuận nghịch.

Nếu hệ là một hệ cô lập về nhiệt ($Q=0$) thì từ [3.3-9] ta suy ra:

$$\Delta S \geq 0 \quad [3.3-10]$$

Từ đó, ta có thể kết luận: *Các quá trình nhiệt động xảy ra trong một hệ cô lập không thể làm giảm entropy của hệ.* Nếu quá trình đó là quá trình thuận nghịch thì entropy không thay đổi ($\Delta S = 0$); còn nếu là quá trình không thuận nghịch thì entropy tăng ($\Delta S > 0$).

Vì rằng tất cả các quá trình tự nhiên đều là các quá trình không thuận nghịch nên trong các quá trình đó entropy luôn luôn tăng. Vậy ta có thể phát biểu nguyên lý hai nhiệt động học dưới dạng sau:

“Trong một hệ cô lập thì các quá trình tự nhiên xảy ra theo chiều tăng của entropy”.

Biểu thức [3.3-10] chính là biểu thức định lượng biểu diễn nguyên lý thứ hai nhiệt động học.

Hàm entropy giúp ta xác định chiều hướng xảy ra của một quá trình không thuận nghịch bất kỳ nào đó trong một hệ cô lập. Giả sử quá trình xảy ra theo một chiều hướng nào đó, sau đó ta tính ΔS nếu:

$$\Delta S > 0 \text{ quá trình xảy ra}$$

$$\Delta S < 0 \text{ quá trình không xảy ra}$$

Ví dụ xét hệ cô lập gồm hai vật, vật nóng có nhiệt độ T_1 và vật lạnh có nhiệt độ T_2 tiếp xúc nhau.

Giả sử $T_1 > T_2$, xác định chiều hướng truyền nhiệt?

$$\text{Vì: } S = S_1 + S_2$$

Xét quá trình biến đổi nhỏ $dS = dS_1 + dS_2$ với $dS_1 = \frac{\delta Q_1}{T_1}$; $dS_2 = \frac{\delta Q_2}{T_2}$

δQ_1 là nhiệt lượng mà vật một nhận, δQ_2 là nhiệt lượng mà vật hai nhận

$$dS = dS_1 + dS_2 = \frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2}$$

Vì hệ cô lập nên $dQ_1 + dQ_2 = 0 \Rightarrow dQ_1 = -dQ_2$

$$\rightarrow dS = \frac{\delta Q_1}{T_1} - \frac{\delta Q_1}{T_2} = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\delta Q_1$$

Theo nguyên lý entropy thì:

$$dS > 0 \rightarrow \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\delta Q_1 > 0$$

Vì đã giả sử $T_1 > T_2 \rightarrow \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) < 0$

Vậy: $dQ_1 < 0$: vật nóng hơn tỏa nhiệt

$dQ_2 > 0$: vật lạnh hơn nhận nhiệt

Điều này có nghĩa là nhiệt lượng truyền từ vật nóng sang vật lạnh, quá trình ngược lại không có.

3.3.6.4 Tính độ biến thiên entropy

Tính ΔS trong một số quá trình sau:

a) Quá trình đoạn nhiệt

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = 0 (\delta Q = 0) \rightarrow \Delta S = 0$$

b) Quá trình đẳng nhiệt

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 \delta Q \rightarrow \Delta S = \frac{Q}{T}$$

Q là nhiệt lượng hệ nhận vào

c) Quá trình thuận nghịch bất kỳ của khí lý tưởng

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \rightarrow dU = \delta Q + \delta A$$

$$\delta Q = dU - \delta A$$

mà
$$\Delta dU = \frac{M}{\mu} C_v dT$$

vậy
$$\delta A = -pdV = -\frac{M}{\mu} \frac{RT}{V} dV$$

$$\Delta S = \frac{M}{\mu} C_v \int_1^2 \frac{dT}{T} + \frac{M}{\mu} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S = \frac{M}{\mu} C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{M}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} \quad [3.3-11]$$

với
$$T = \frac{\mu}{M} \frac{pV}{R}; \quad R = C_p - C_v$$

$$\Delta S = \frac{M}{\mu} C_v \ln \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} + \frac{M}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{M}{\mu} C_v \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S = \frac{M}{\mu} C_v \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{M}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1} \quad [3.3-12]$$

- *Quá trình đẳng tích (V=const)*

$$\Delta S = \frac{M}{\mu} C_v \ln \frac{T_2}{T_1} \quad [3.3-13a]$$

- **Quá trình đẳng áp ($p = \text{const}$)**

$$\Delta S = \frac{M}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1} \quad [3.3-13b]$$

- **Quá trình đẳng nhiệt ($T = \text{const}$)**

$$\Delta S = \frac{M}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} \quad [3.3-13c]$$

3.3.6.5 Các ví dụ

Ví dụ 1: Quá trình nóng chảy từ trạng thái rắn sang trạng thái lỏng. Nghiên cứu thực nghiệm cho thấy trong khi nóng chảy hệ tiếp tục nhận nhiệt nhưng nhiệt độ của hệ không thay đổi ($T = T_{nc} = \text{const}$), suy ra:

$$\Delta S_{nc} = \frac{Q}{T_{nc}}$$

Q là nhiệt lượng hệ nhận vào để từ trạng thái rắn chuyển qua trạng thái lỏng, Q được gọi là nhiệt nóng chảy và Q tỉ lệ với khối lượng M của hệ

$$Q = \lambda M$$

với λ : nhiệt nóng chảy riêng của hệ

vậy

$$\Delta S_{nc} = \frac{\lambda M}{T_{nc}}$$

Ví dụ 2: Quá trình bay hơi từ trạng thái lỏng chuyển sang trạng thái hơi. Thực nghiệm cho thấy trong khi bay hơi, dù tiếp tục cung cấp nhiệt lượng nhưng nhiệt độ hệ không thay đổi ($T = T_{bh}$), suy ra:

$$\Delta S_{bh} = \frac{Q}{T_{bh}}$$

Q là nhiệt lượng hệ nhận vào để từ trạng thái lỏng chuyển qua trạng thái hơi, Q được gọi là nhiệt bay hơi, và Q tỉ lệ với khối lượng M của hệ

$$Q = LM$$

Với L : nhiệt bay hơi riêng của hệ

Vậy
$$\Delta S_{bh} = \frac{LM}{T_{bh}}$$

3.3.7 Hệ thức thống nhất hai nguyên lý thứ nhất và thứ hai nhiệt động học

- Hệ thức của nguyên lý thứ nhất:

$$dU = \delta Q + \delta A$$

đúng với cả hai quá trình thuận nghịch và không thuận nghịch

- Hệ thức của nguyên lý thứ hai:

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

Hoặc
$$\delta Q \leq TdS$$

Trong đó dấu = ứng với quá trình thuận nghịch:

$$\delta Q_{tn} = TdS$$

và dấu < ứng với quá trình không thuận nghịch:

$$\delta Q_{ktn} < TdS$$

thay $\delta Q \leq TdS$ vào hệ thức của nguyên lý thứ nhất, ta có:

$$dU \leq TdS + \delta A$$

Là phương trình cơ bản của nhiệt động học cho cả hai nguyên lý.

Từ phương trình cơ bản trên ta có thể suy ra hệ quả sau:

Với quá trình thuận nghịch:

$$dU = TdS + \delta A_{tn}$$

với quá trình không thuận nghịch

$$dU < TdS + \delta A_{ktn}$$

Từ đó suy ra: $TdS + \delta A_{tn} < TdS + \delta A_{ktn}$

Nghĩa là: $\delta A_{tn} < \delta A_{ktn}$

Vậy từ hai nguyên lý ta có thể kết luận rằng công do hệ nhận vào sẽ nhỏ nhất khi quá trình được tiến hành thuận nghịch.

3.3.8 Ý nghĩa vật lý của entropy

Như đã thấy, entropy được đưa ra một cách trừu tượng (đại lượng không cụ thể). Không thể đo trực tiếp như đo nhiệt độ nên không có entropy kế. Chỉ có thể tính toán nó thông qua các đại lượng khác.

Ý nghĩa sâu sắc của entropy đã được nhận thức khi phân tích những quá trình không thuận nghịch.

Ý nghĩa đó là: biến thiên entropy là độ đo tính không thuận nghịch của quá trình trong những hệ cô lập và đặc trưng cho chiều diễn biến của những quá trình tự nhiên (danh từ entropy có nguồn gốc từ chữ Hy Lạp “tropos” nghĩa là biến hóa)

Từ biểu thức dS ở quá trình thuận nghịch, có thể hiểu được một khía cạnh khác với quá trình thuận nghịch vô cùng nhỏ ($dS = \delta Q/T$). Như đã biết Q không phải là vi phân toàn phần. nhưng nếu nhân nó với $(1/T)$ hoặc chia nó với T trong quá trình thuận nghịch thì nó trở thành một vi phân toàn phần (lấy tích phân được). Một khám phá mới: $(1/T)$ là thừa số tích phân của δQ hay T là mẫu số tích phân của δQ .

Một ý nghĩa quan trọng khác của entropy là nó liên quan chặt chẽ với xác suất nhiệt động của hệ.

Một trong những đặc trưng của quá trình tự nhiên là nó diễn ra theo chiều hướng từ trạng thái có khả năng tồn tại ít sang trạng thái khả năng tồn tại nhiều hơn, thực tế cho thấy trong vật vĩ mô các quá trình tự nhiên xảy ra kèm theo sự tăng tính vô trật tự (hỗn loạn) của hệ.

Bởi vì quá trình tự nhiên dẫn tới tính hỗn loạn cho nên phải suy ra rằng trạng thái không trật tự có nhiều khả năng (xác suất lớn) hơn trạng thái trật tự. Như vậy phải có mối liên hệ giữa entropy và khả năng tồn tại (xác suất) trạng thái của hệ, cả hai đại lượng này đều tăng đối với quá trình tự nhiên trong hệ cô lập.

Vậy ta phải khảo sát khái niệm xác suất nhiệt động. Đối với các hệ vĩ mô, mỗi trạng thái nhiệt động (hay trạng thái vật vĩ mô, hay vĩ thái) có thể thực hiện bằng nhiều cách phân bố khác nhau giữa các phân tử của hệ. Ứng với mỗi cách phân bố cụ thể ta có một trạng thái vi mô hay vi thái. Nghĩa là ứng với mỗi vĩ thái ta có nhiều vi thái khác nhau.

Người ta gọi xác suất nhiệt động w là số những vi thái ứng với cùng một vĩ thái của hệ. (Xác suất nhiệt động được định nghĩa khác với xác suất toán học. Xác suất toán học là tỉ số giữa số trường hợp xảy ra trong khoảng từ 0 đến 1, còn xác suất nhiệt động có thể lớn hơn 1 thậm chí là những đại lượng rất lớn. nếu muốn chuyển sang xác suất toán học thì chỉ cần chia xác suất nhiệt động của các trạng thái vĩ mô với tổng số trạng thái có thể có).

Vì vậy phải có sự liên hệ giữa entropy và xác suất trạng thái (xác suất nhiệt động) của hệ. Nhà vật lý người Áo là Boltzmann đã tìm qua mối liên hệ đó qua công thức:

$$S = k_B \ln w \quad [3.3-14]$$

Trong đó w là xác suất nhiệt động hay là số lượng các trạng thái vi mô có thể có của hệ ứng với một trạng thái vĩ mô.

Từ đây ta suy ra ý nghĩa xác suất hay thống kê của entropy: entropy S của hệ đặc trưng cho xác suất nhiệt động (hay khả năng tồn tại) của trạng thái của hệ.

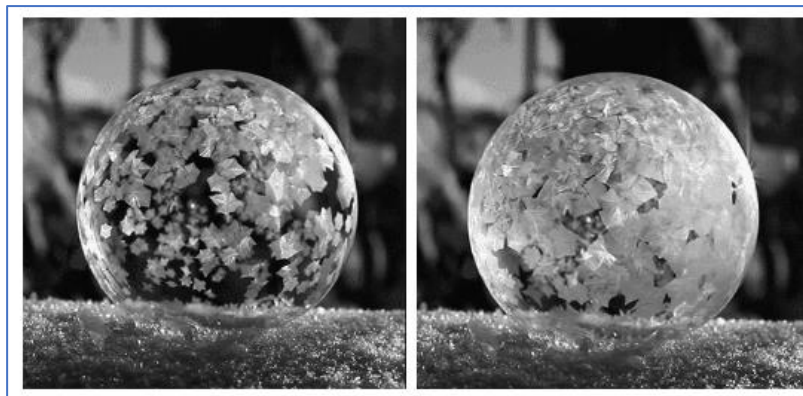
3.4 SỰ CHUYỂN THỂ CỦA CHẤT RẮN - CHẤT LỎNG - CHẤT KHÍ

3.4.1 Sự nóng chảy và sự đông đặc

Sự nóng chảy xảy ra đối với chất rắn khi nhiệt độ tăng lên đủ lớn, chất rắn sẽ chuyển trạng thái thành chất lỏng.



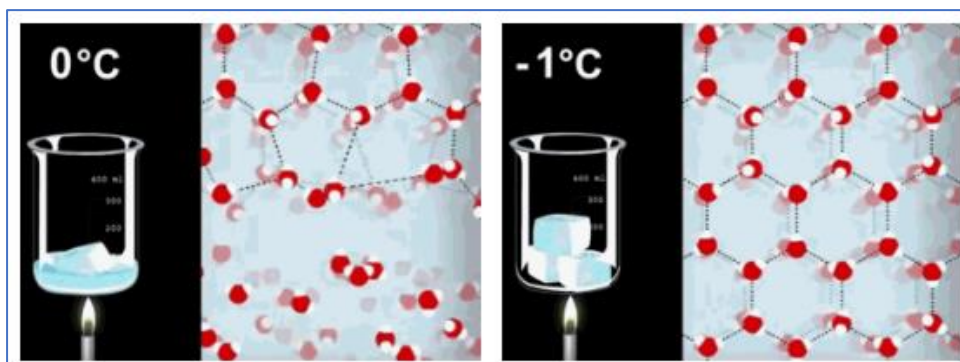
Nước đá ở trạng thái rắn bị tan chảy chuyển sang trạng thái lỏng ở điều kiện nhiệt độ $T > 0^{\circ}\text{C}$. Ngược lại với sự nóng chảy, ở điều kiện áp suất cố định, khi nhiệt độ giảm xuống chất lỏng đông đặc lại (chuyển từ thể lỏng sang thể rắn).



Bong bóng nước (thể lỏng) bị đóng băng khi nhiệt độ môi trường xuống dưới 0°C . Ngoài nhiệt độ, áp suất cũng của môi trường xung quanh cũng ảnh hưởng đến sự nóng chảy của chất rắn hay ngưng tụ của chất lỏng.

a) Giải thích nguyên nhân dẫn đến sự nóng chảy hoặc đông đặc của nước:

Ở cùng điều kiện áp suất không đổi, các phân tử nước trong trạng thái rắn (nước đá) dao động nhiệt ổn định xung quanh các vị trí cân bằng tạo thành các mạng liên kết giữ cho hình dạng riêng của nước đá ổn định.



Khi tăng nhiệt độ mạng liên kết giữ cho nước đá ở trạng thái rắn bị phá vỡ làm cho nước đá bị tan chảy và chuyển dần sang thể lỏng. Khi tăng nhiệt độ, chuyển động nhiệt của các phân tử nước đá tăng và trở nên hỗn loạn hơn khiến các nút mạng liên kết giữ ổn định hình dạng của nước đá ở trạng thái rắn bị phá vỡ, nước đá bắt đầu tan ra và chuyển dần sang thể lỏng có thể tích riêng nhưng hình dạng không xác định. Trong trường hợp ngược lại, khi nhiệt độ giảm xuống, chuyển động nhiệt của các phân tử nước (chất lỏng) bắt đầu chậm lại, các phân tử tiến lại gần nhau hơn và hình thành mạng liên kết bền vững giữ cho nước có hình dạng riêng xác định (chuyển sang thể rắn). Sự nóng chảy và đông đặc của các chất rắn khác giải thích tương tự. Các chất rắn kết tinh (kim loại, than chì, kim cương ...) ở áp suất cố định đều có nhiệt độ nóng chảy xác định, các chất rắn vô định hình (thủy tinh, nhựa ...) không có nhiệt độ nóng chảy xác định.

b) Nhiệt lượng: là năng lượng tỏa ra hoặc thu vào khi nhiệt độ thay đổi

$$Q = mC\Delta T \quad [3.5-1]$$

Trong đó:

Q nhiệt lượng (J)

m khối lượng của vật (kg)

$\Delta T = T_2 - T_1$ độ biến thiên nhiệt độ

$Q > 0$ tỏa nhiệt lượng

$Q < 0$ thu nhiệt lượng

► ***Nhiệt nóng chảy:*** là nhiệt lượng cần thiết để nóng chảy hoàn toàn chất rắn (sự chuyển thể của chất rắn sang chất lỏng xảy ra hoàn toàn)

$$Q = \lambda m \quad [3.5-2]$$

Trong đó:

Q: nhiệt nóng chảy (J)

λ : nhiệt nóng chảy riêng (J/kg)

m: khối lượng của chất rắn (kg)

3.4.2 Sự bay hơi và sự ngưng tụ

Tại bề mặt của chất lỏng khi nhận được năng lượng đủ lớn (năng lượng nhiệt, năng lượng gió ...) các phân tử chất lỏng ở bề mặt có động năng đủ lớn để thoát khỏi lực liên kết giữa các phân tử chất lỏng (bên trong lòng chất lỏng) thoát ra ngoài môi trường tạo thành phân tử khí.

Ngược lại các phân tử chất khí ở gần bề mặt chất lỏng bị lực liên kết của các phân tử ở gần bề mặt hút vào trong lòng chất lỏng tạo thành phân tử chất lỏng. Sau mỗi đơn vị thời gian nếu số phân tử chất lỏng thoát ra khỏi bề mặt chất lỏng nhiều hơn số phân tử chất khí bị hút vào trong chất lỏng thì ta nói chất lỏng bị bay hơi, ngược lại thì ta gọi là sự ngưng tụ.

Đối với lượng khí xác định ở áp suất xác định tốc độ bay hơi lớn hơn tốc độ ngưng tụ thì hơi bay ra được gọi là hơi khô, nếu tốc độ bay hơi bằng tốc độ ngưng tụ thì hơi bay ra được gọi là hơi bão hòa.

► **Nhiệt hóa hơi:** là nhiệt lượng cần thiết để bay hơi hoàn toàn chất lỏng (sự chuyển thể của chất lỏng sang chất khí xảy ra hoàn toàn)

$$Q = Lm \quad [3.5-3]$$

Trong đó:

Q: nhiệt hóa hơi (J)

L: nhiệt hóa hơi riêng (J/kg)

m: khối lượng của chất lỏng (kg)

► **Ví dụ về sự bay hơi và sự ngưng tụ**

- Khi đạt đến nhiệt độ 100°C nước bắt đầu bay hơi (sự chuyển thể từ lỏng sang khí của chất lỏng)
- Ở Việt Nam vào những ngày trời nồm, không khí chứa nhiều hơi nước (hơi ẩm). Sự chênh lệch nhiệt độ giữa nền nhà và lớp không khí bao quanh khiến hơi nước trong không khí bị ngưng tụ tạo thành những hạt nước nhỏ gây ẩm ướt cho nền nhà. Để giảm thiểu hiện tượng này trong những ngày trời nồm bạn nên đóng kín cửa.

- Khi đêm xuống nhiệt độ trong không khí giảm, hơi nước trong không khí ngưng tụ lại thành những giọt sương

3.4.3 Sự sôi và các đặc điểm của sự sôi

a) Sự sôi: là sự chuyển thể của chất lỏng sang chất khí không chỉ xảy ra ở bề mặt của chất lỏng mà còn xảy ra cả ở trong lòng chất lỏng.

b) Đặc điểm của sự sôi:

- Trong quá trình sôi nhiệt độ của chất lỏng không đổi
- Nhiệt độ sôi của chất lỏng phụ thuộc vào áp suất

3.5 BÀI TẬP NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

► TÓM TẮT CÔNG THỨC ◀

$pV = \frac{M}{\mu} RT \leftrightarrow \begin{cases} p(Pa) \\ V(m^3) \\ \frac{M}{\mu} (kmol) \\ R = 8,31 \cdot 10^3 \left(\frac{J}{kmol \cdot K} \right) \\ T(K) \end{cases}$	$A = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = \Delta U - Q$	$Q = \frac{M}{\mu} C \Delta T$	$\Delta U = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$
	$C_v = \frac{i}{2} R$	$C_p = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) R$	$\gamma = \frac{i+2}{i}$

Quá trình	ΔU	Q	A
$V = const \rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$	$\frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$	$\frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$	0
$p = const \rightarrow \frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$	$\frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$	$\frac{M}{\mu} \left(\frac{i}{2} + 1 \right) R \Delta T$	$-\frac{M}{\mu} R \Delta T$
$T = const \rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2$	0	$\frac{M}{\mu} R T \ln \frac{V_2}{V_1}$	$-\frac{M}{\mu} R T \ln \frac{V_2}{V_1}$
Đoạn nhiệt $\rightarrow \begin{cases} p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \\ T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \end{cases}$	$\frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$	0	$\frac{M}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$

► **A > 0:** hệ nhận công – nội năng tăng

A < 0: hệ sinh công – nội năng giảm

► **Q > 0:** hệ nhận nhiệt

Q < 0: hệ tỏa nhiệt

BÀI 1: Một khối khí lí tưởng ở thể tích 10 lít, nhiệt độ 127°C , áp suất 1atm biến đổi qua 2 quá trình:

(1) \rightarrow (2): đẳng tích, áp suất tăng 4 lần

(2) \rightarrow (3): đẳng áp, thể tích cuối là 15 lít

a) Tính nhiệt độ sau mỗi quá trình?

b) Vẽ đồ thị các quá trình biến đổi trên hệ trục pOV và pOT. Cho O_p là trục tung.

Đ/S: a) $T_2=1600\text{K}$, $T_3=2400\text{K}$; b) Vẽ hai hình

BÀI 2: 160g khí oxy được nung nóng từ nhiệt độ 50°C đến 60°C . Tìm nhiệt lượng mà khối khí nhận được và độ biến thiên của nội năng của khối khí trong hai quá trình nhiệt động là đẳng tích và đẳng áp.

Đ/S: $Q_v = \Delta U = 1038\text{ J}$ & $Q_p = 1454\text{ J}$, $\Delta U = 1038\text{ J}$

BÀI 3: Nén đoạn nhiệt một khối khí có khối lượng $M = 2\text{kg}$ cho tới khi thể tích của nó bằng $1/10$ thể tích ban đầu thì nhiệt độ của khối khí tăng từ 300°K lên đến $735,5^{\circ}\text{K}$. Cho biết công tiêu thụ khi nén khí là 673kJ . Hỏi chất khí đó là khí gì?

Đ/S: Nitơ.

BÀI 4: Người ta nung nóng đẳng áp 10g khí oxy ở áp suất 3 atm, nhiệt độ là 10°C để khí giãn nở đến thể tích bằng 10 lít. Hãy xác định:

a) Nhiệt lượng cung cấp cho khối khí.

b) Độ biến thiên nội năng của khí.

c) Công do khí sinh ra khi giãn nở.

Đ/S: a. $Q = 7728\text{ J}$; b. $\Delta U = 5518\text{ J}$; c. $A = -2210\text{ J}$

BÀI 5: Có 56 g khí nitơ (N_2) ở áp suất 1 atm và nhiệt độ 27°C , được đựng trong bình kín. Biết rằng sau khi hơi nóng thì áp suất trong bình đạt 5 atm. Hỏi:

a) Nhiệt độ của khối khí trong bình lên đến bao nhiêu?

b) Thể tích của bình?

c) Độ tăng nội năng của khí trong bình.

Đ/S: a. $T_2 = 1500^\circ K$; b. $V = 5 \text{ lít}$; c. $\Delta U = 49860 \text{ J}$

BÀI 6: Một chất khí hai nguyên tử có thể tích $V_1 = 0,5 \text{ lít}$ và áp suất $p_1 = 0,5 \text{ atm}$. Nó bị nén đoạn nhiệt với thể tích V_2 và áp suất p_2 . Sau đó người ta giữ nguyên thể tích V_2 và làm lạnh nó đến nhiệt độ ban đầu, khi đó áp suất của khí là $p_3 = 1 \text{ atm}$. Hãy vẽ đồ thị của quá trình đó trong mặt phẳng (p, V) , (V, T) . Tính V_2 và p_2 .

Đ/S: $V_2 = 0,25 \text{ l}$; $p_2 = 1,32 \text{ atm}$.

BÀI 7: Một khối khí nitơ ở áp suất $p_1 = 1 \text{ atm}$ thể tích $V_1 = 10 \text{ lít}$ được dẫn nở đến thể tích gấp đôi. Tìm áp suất cuối cùng và công của khí sinh ra. Nếu quá trình dẫn nở đó là: a) Đẳng áp, b) Đẳng nhiệt, c) Đoạn nhiệt.

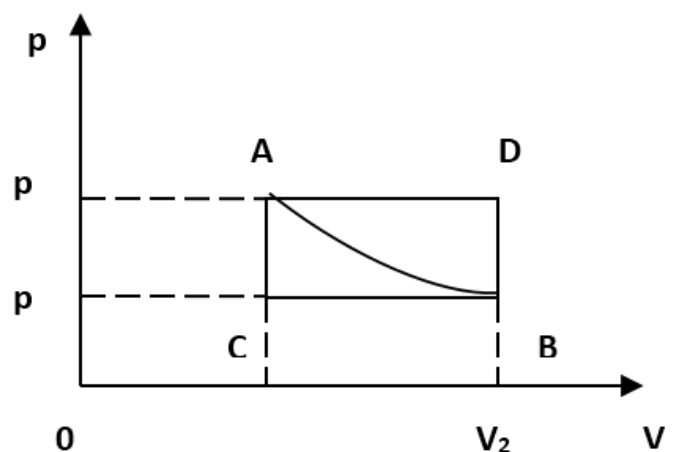
Đ/S: a) $A = -9,8 \cdot 10^2 \text{ J}$; b) $p_2 = 0,5 \text{ atm}$, $A = -693 \text{ J}$; c) $p_2 = 0,37 \text{ atm}$; $A \approx 600 \text{ (J)}$

BÀI 8: Nén đoạn nhiệt một khối khí CO_2 có $M = 3 \text{ kg}$ ở nhiệt độ $T_1 = 300^\circ K$ tới khi thể tích của nó bằng $1/10$ thể tích ban đầu. Xác định công tiêu tốn cho quá trình nén đó. Giả thiết CO_2 là khí lý tưởng.

Đ/S: $A = 588,63 \text{ kJ}$

BÀI 9: Một lượng khí oxy ở trạng thái thứ nhất (A) có thể tích $V_1 = 3 \text{ lít}$, ở nhiệt độ $27^\circ C$ và áp suất $p_1 = 8,2 \cdot 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$. Ở trạng thái thứ hai (B), khí có các thông số $V_2 = 4,5 \text{ lít}$ và $p_2 = 6 \cdot 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$.

Tìm nhiệt lượng mà khí sinh ra khi dẫn nở và độ biến thiên nội năng của khối khí. Giải bài toán trong trường hợp biến đổi chất khí từ trạng thái thứ nhất sang trạng thái thứ hai theo hai con đường là ACB và ADB.



Đ/S: (ACB): $Q = 1,55 \text{ (kJ)}$, $A' = 0,92 \text{ (kJ)}$, $\Delta U = 0,63 \text{ (kJ)}$

& (ADB): $Q = 1,88 \text{ (kJ)}$, $A' = 1,25 \text{ (kJ)}$, $\Delta U = 0,63 \text{ (kJ)}$

BÀI 10: Một kmol khí nitơ ở điều kiện chuẩn, dẫn đoạn nhiệt sao cho thể tích của nó tăng lên gấp năm lần. Tính công do khối khí thực hiện và độ biến thiên nội năng của khối khí.

Đ/S: $A' = 2,7 \cdot 10^6 \text{ (J)}$; $\Delta U = -2,7 \cdot 10^6 \text{ (J)}$.

BÀI 11: Một xilanh chứa khí lí tưởng ở áp suất 0,7atm và nhiệt độ 47°C.

a) Tính nhiệt độ trong xilanh khi áp suất trong xilanh tăng đến 8atm còn thể tích khí trong xilanh giảm 5lần.

b) Tương tự, tính áp suất bên trong xilanh khi giữ pittong cố định tăng nhiệt độ khí trong xilanh lên tới 273°C.

Đ/S: a) 458°C; b) 1,2atm

BÀI 12: Một phòng có kích thước 8m x 5m x 4m. Ban đầu không khí trong phòng ở điều kiện chuẩn, sau đó nhiệt độ của không khí tăng lên tới 10°C, trong khi áp suất là 78 cmHg. Tính thể tích của lượng khí đã ra khỏi phòng?

Đ/S: 1,6m³

BÀI 13: Một khối khí lí tưởng có thể tích 10 lít, nhiệt độ 27°C áp suất 1 atm biến đổi qua 2 quá trình:

- Quá trình 1: Đẳng tích, áp suất tăng gấp đôi.
- Quá trình 2: Đẳng áp, thể tích sau cùng là 15 lít.

a) Tìm nhiệt độ T_2 của khối khí.

b) Tìm nhiệt độ sau cùng T_3 của khối khí.

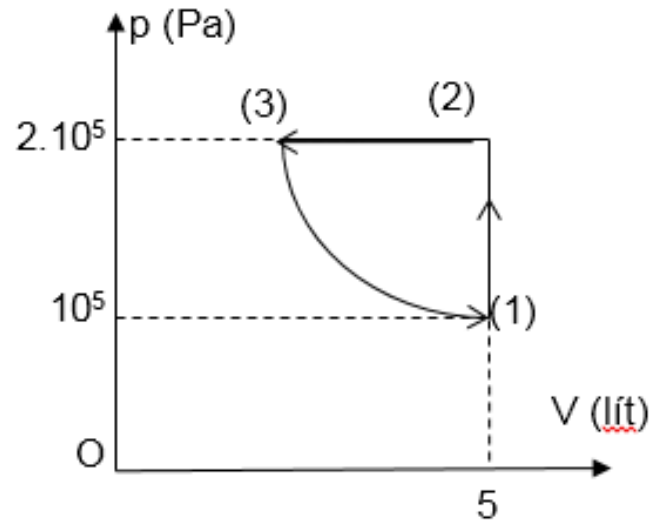
c) Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình biến đổi của khí trong các hệ tọa độ (V, T)

Đ/S: a) -123°C ; b) -48°C ; c) Vẽ T là trục hoành

Bài 14: Cho khối khí có trạng thái biến đổi theo chu trình biến đổi như đồ thị. Biết $T_1=300\text{K}$.

a/ Kể tên các quá trình biến đổi trạng thái?

b/ Tính T_2, V_3 của khối khí?



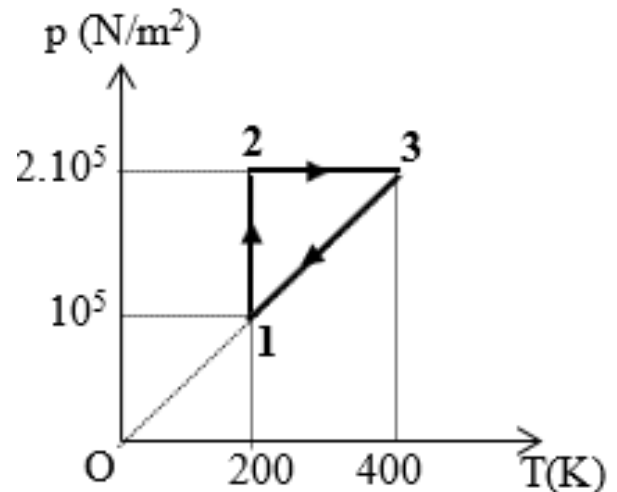
Đ/S: $T_2=600\text{K}$; $V_3=2,5\text{lít}$

Bài 15: Một khối khí lý tưởng thực hiện chu trình (1) – (2) – (3) – (1) được biểu diễn trên hệ tọa độ (pOT) với số liệu như hình bên. Cho thể tích của khối khí ở trạng thái (1) là 50 cm^3 .

a) Gọi tên các quá trình biến đổi trạng thái

b) Tìm thể tích của khối khí ở trạng thái (2) và trạng thái (3).

c) Vẽ lại chu trình trong hệ tọa độ (pOV).



Đ/S: $V_2=25\text{ cm}^3$; $V_3=50\text{ cm}^3$

-----MỤC LỤC -----

<i>Phần CƠ HỌC</i>	<i>[1]</i>
<i>CHƯƠNG 1. ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN</i>	<i>[1]</i>
<i>1.1 ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM</i>	<i>[1]</i>
<i>1.2. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM</i>	<i>[22]</i>
<i>1.3. BẢO TOÀN VÀ BIẾN THIÊN NĂNG LƯỢNG</i>	<i>[34]</i>
<i>1.4. CƠ HỌC VẬT RẮN</i>	<i>[58]</i>
<i>1.5 BÀI TẬP ĐỘNG HỌC VẬT RẮN</i>	<i>[76]</i>
<i>Chương 2. CƠ HỌC CHẤT LỎNG</i>	<i>[87]</i>
<i>2.1 KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU VỀ THỦY TĨNH HỌC</i>	<i>[87]</i>
<i>2.2 CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG</i>	<i>[91]</i>
<i>2.3 TRẠNG THÁI CĂNG MẶT NGOÀI CHẤT LỎNG</i>	<i>[99]</i>
<i>2.4 HIỆN TƯỢNG MAO DẪN</i>	<i>[104]</i>
<i>2.5 HIỆN TƯỢNG NỘI MA SÁT</i>	<i>[110]</i>
<i>2.6 HIỆN TƯỢNG THẨM THẤU</i>	<i>[111]</i>
<i>2.6 BÀI TẬP ĐỘNG HỌC CHẤT LỎNG</i>	<i>[116]</i>
<i>Phần NHIỆT HỌC</i>	<i>[119]</i>
<i>Chương 3. NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC</i>	<i>[119]</i>
<i>3.1 KHÍ LÝ TƯỞNG</i>	<i>[119]</i>
<i>3.2 NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT NHIỆT ĐỘNG HỌC</i>	<i>[128]</i>
<i>3.3 NGUYÊN LÝ THỨ HAI NHIỆT ĐỘNG HỌC</i>	<i>[141]</i>
<i>3.4 SỰ CHUYỂN THỂ CỦA RẮN - LỎNG – KHÍ</i>	<i>[163]</i>
<i>3.5 BÀI TẬP NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC</i>	<i>[169]</i>