

Bài tập môn học

TOÁN CAO CẤP A1

(học kỳ 1 năm học 2014 - 2015)

Ths. Trần Bảo Ngọc.

**Bộ môn: Toán, Khoa: Khoa học,
Trường Đại học Nông Lâm TP. Hồ Chí Minh.**

Email: tranbaongoc@hcmuaf.edu.vn

Điện thoại cơ quan: (+84) 83 7220 262.

Địa chỉ cơ quan: Khu phố 6, phường Linh Trung, quận Thủ Đức, Tp. Hồ Chí Minh.

Bài tập 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a. $y = \arcsin\left(\log \frac{x}{10}\right)$

b. $y = \arcsin \frac{1}{1-x}$

c. $y = \sqrt{\arcsin \sqrt{x}}$

Bài tập 2. Tính các giới hạn sau

a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - x^2}{x - 2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos 2x}}{\tan^2 x}$

c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+8}\right)^{x-1}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\tan x}}$

e. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + e^x)^{\frac{1}{x^2}}$

f. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin^5 x}{(e^x - 1)^5}$

g. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 5x} - 1}{\ln(1 + 2x)}$

h. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - \cos x}{x}$

i. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{x^2 - 2x + 1}$

j. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$

k. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \cot x\right)$

Bài tập 3. Tìm a để các hàm số sau liên tục

a. $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln \cos x}{x}, & x < 0 \\ -\frac{1}{2} & x = 0 \\ a \arctan \frac{1}{x^2}, & x > 0 \end{cases}$ tại $x_0 = 0$.

b. $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{\cos 2x}}{x^2}, & x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right) \setminus \{0\} \\ a + \ln(1 + \arctan x), & x = 0 \end{cases}$ tại $x_0 = 0$.

Bài tập 4. Tính đạo hàm

a. cấp 6 của $y = \sin^2 x$

b. cấp 5 của $y = \frac{1}{2x^2 + 5x + 2}$

c. cấp 8 của $y = e^{-2x}(3x^2 - 4)$

d. cấp 10 của $y = \frac{5x - 2}{2x - 5}$

e. cấp 8 của $y = \ln \frac{1-x}{1+x}$

f. của $\begin{cases} x = \sin^3 t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$

Bài tập 5. Tìm gần đúng các giá trị

a. $y = (1,03)^5$

b. $y = \arcsin(0,51)$

c. $y = \sin 31^\circ$

d. $y = \log(10,21)$

e. $y = \tan 46^\circ$

Bài tập 6. Viết công thức Taylor của hàm

a) $f(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x + 2$ ở lân cận $x_0 = 2$.

b) $f(x) = x^5 + 2x^4 - x^2 + x + 1$ ở lân cận $x_0 = -1$.

Bài tập 7. Viết khai triển MacLaurin đến x^5 với phần dư Peano của hàm

a. $y = \tan x$

b. $y = \frac{1}{(x+1)(x-2)}$

c. $y = \frac{1}{(2x-3)(x+1)}$

d. $y = (1 - 2x)e^x$

e. $y = \sin x + \cos x$

f. $y = \ln \frac{1-x}{1+x}$

Bài tập 8. Tìm

a) Toạ độ cực của điểm $M(1; \sqrt{3})$ trong hệ toạ độ Oxy.

b) Toạ độ Đề-các của điểm $M\left(\frac{2\pi}{3}; 2\sqrt{3}\right)$ trong hệ toạ độ cực.

c) Phương trình theo toạ độ cực của đường tròn $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ trong hệ toạ độ Đề-các.

c) Phương trình theo toạ độ Đề-các của đường cong $r = 4 \cos \phi$ trong hệ toạ độ cực.

Bài tập 9. Tính các tích phân bất định, tích phân suy rộng sau

a. $\int \frac{2e^x}{\sqrt{2 + 2e^x + e^{2x}}} dx$

b. $\int \frac{4 \sin^3 x dx}{1 + \cos x}$

c. $\int \frac{dx}{(\sin x + 2 \cos x)^2}$

d. $\int \frac{\arcsin x - x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$

e. $\int \frac{\ln x dx}{(x + 1)^2}$

f. $\int x \cos x dx$

g. $\int x \sin x \cos^2 x dx$

h. $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{x + 1}}$

i. $\int (x^2 + 2x)e^x dx$

j. $\int \frac{x}{\sqrt{1 - 4x^4}} dx$

k. $\int \frac{\cos^2 x dx}{e^{2x}}$

l. $\int_{-\infty}^1 \frac{dx}{3 - x}$

m. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x + 2)^2}$

n. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1 + x)^3} dx$

o. $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$

o. $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x - 1}}$

Bài tập 10. Tính a) diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^{\frac{x}{2}}$, trục Ox, $x = 0$ và $x = 1$.

b) thể tích vật thể tròn xoay khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$ và $y = 0$ xung quanh trục Ox.

c) thể tích vật thể tròn xoay khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin \frac{x}{2} \cos x$, $y=0$, $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{2}$ xung quanh trục Ox.

d) diện tích mặt tròn xoay khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^3}{3}$, $0 \leq x \leq 2$ xung quanh trục Ox.

e) độ dài cung xác định bởi $y = \frac{1}{3}(3 - x)\sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 3$.

Bài tập 11. Xét sự hội tụ, phân kỳ của các chuỗi số sau

a. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2(\frac{1}{3})^n + n + 1}{n^2 + 1}$

b. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n + 1)2^n}$

c. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n}{n + 1}$

d. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{n + 1}\right)^n$

e. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 3}{n^3 + 2}$

f. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 2n}$

$$\text{g. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n\sqrt{n} - 1}{3n^2 - 2}$$

$$\text{h. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{(2n)!}$$

$$\text{i. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{3^n}$$

$$\text{g. } \sum_{n=1}^{+\infty} 4^n \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$$

$$\text{h. } \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2n+1}{2n+5} \right)^{n^2}$$

Bài tập 12. Tìm miền hội tụ của các chuỗi hàm sau

$$\text{a. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{(3n-2)2^{n-1}}$$

$$\text{b. } \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{2n-1} x^n$$

$$\text{c. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n-1} (x-2)^{2n}$$

$$\text{d. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}x^n}$$

$$\text{e. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+1)^{3n}}{n^2}$$

$$\text{f. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{n!} x^n$$